

Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра математики и цифровых технологий

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.21 Численные методы»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки

(код и наименование направления подготовки)

Цифровые технологии

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора 2024

Рабочая программа дисциплины «Б1.Д.Б.21 Численные методы» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра математики и цифровых технологий

наименование кафедры

протокол № 6 от " 19 " 02 2024 г.

Заведующий кафедрой

Кафедра математики и цифровых технологий

наименование кафедры

подпись

А.Е. Шухман

расшифровка подписи

Исполнители:

Старший преподаватель кафедры МЦТ

должность

подпись

И.В. Минина

расшифровка подписи

должность

подпись

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки

код наименование

А.Е. Шухман

личная подпись

расшифровка подписи

/Заведующий отделом формирования фонда и научной обработки документов

личная подпись

Н.Н. Бигалиева

расшифровка подписи

Уполномоченный по качеству института

личная подпись

И.В. Кривоша

расшифровка подписи

№ регистрации _____

© Минина И.В., 2024

© ОГУ, 2024

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Целью изучения дисциплины является формирование готовности бакалавра к проведению вычислительного эксперимента.

Задачи:

- формирование представления о вычислительном эксперименте как о методе исследования сложных процессов и явлений, о перспективах его использования в будущей профессиональной деятельности;
- формирование знаний идей, расчетных формул, алгоритмов, характеристик классических численных методов алгебры, анализа, решения обыкновенных дифференциальных уравнений;
- формирование умений исследования и сопоставления методов в некотором классе учебно-профессиональных задач;
- приобретение опыта выбора оптимального метода для решения поставленной учебно-профессиональной задачи, интерпретации полученных численных результатов

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.14.1 Математический анализ, Б1.Д.Б.35 Уравнения с частными производными*

Постреквизиты дисциплины: *Б2.П.В.П.1 Научно-исследовательская работа, Б2.П.В.П.2 Преддипломная практика*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной	ОПК-1-В-1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1-В-2 Умеет использовать знания, полученные в области математических и(или) естественных наук, в профессиональной деятельности ОПК-1-В-3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе знаний в области математических и(или) естественных наук	<u>Знать:</u> математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач <u>Уметь:</u> применять математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач <u>Владеть:</u> Способами и математическими методами разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
деятельности		

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц (216 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	6 семестр	7 семестр	всего
Общая трудоёмкость	108	108	216
Контактная работа:	34,25	35,25	69,5
Лекции (Л)	18	18	36
Лабораторные работы (ЛР)	16	16	32
Консультации		1	1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,5
Самостоятельная работа: - <i>самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий;</i> - <i>изучение разделов курса в системе электронного обучения;</i> - <i>подготовка к лабораторным занятиям;</i> - <i>подготовка к коллоквиумам;</i> - <i>подготовка к рубежному контролю и т.п.)</i>	73,75	72,75	146,5
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	зачет	экзамен	

Разделы дисциплины, изучаемые в 6 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Введение в математическое моделирование и вычислительный эксперимент	17	2			15
2	Численное решение нелинейных уравнений	19	2		2	15
3	Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	22	2		6	14
4	Итерационные методы решения СЛАУ	16	2		2	12
5	Приближенное решение систем нелинейных уравнений	9	2		2	5
6	Численные методы решения проблемы собственных значений матрицы.	13	4		4	5
7	Интерполирование и восстановление функций	12	4			8
	Итого:	108	18		16	74

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
7	Интерполирование и восстановление функций	28	4		4	20
8	Численное интегрирование и дифференцирование	24	4		6	14
9	Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)	30	4		6	20
10	Численное решение уравнений в частных производных	26	6			20
	Итого:	108	18		16	74
	Всего:	216	36		32	148

4.2 Содержание разделов дисциплины

1. Введение в математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Вычислительный эксперимент и его этапы; точность вычислительного эксперимента; понятие погрешности; классификация погрешностей вычислительного эксперимента; требования к вычислительным методам.

2. Численное решение нелинейных уравнений. Постановка задачи численного решения нелинейных уравнений; отделение корней; уточнение корней методами бисекций, Ньютона (касательных), хорд (секущих), простых итераций (расчетные формулы, алгоритм, геометрическая интерпретация, сходимость); сопоставление методов.

3. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Постановка задачи. Краткие сведения о нормах векторов и матриц. Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений. Устойчивость по правой части, коэффициентная устойчивость и полная устойчивость. Метод Гаусса и его модификации. Матричная запись метода. Определение трудоёмкости метода на основе количества арифметических операций. Применение метода Гаусса к вычислению определителя и обращению матриц. Решение СЛАУ на основе LU-разложения матриц. Связь LU-разложения с методом Гаусса. Вычисление определителя с помощью LU-разложения. Решение СЛАУ со специального вида матрицами: метод скалярной 3 x точечной прогонки; метод квадратных корней. Метод вращений, матричная запись метода вращений. Контроль точности решения СЛАУ. О вычислительных затратах прямых методов. Сопоставление прямых методов решения СЛАУ.

4. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Общая схема итерационных методов. Необходимые и достаточные условия сходимости. Оценка скорости сходимости. Метод Зейделя, его матричная запись. Условия сходимости. Каноническая форма записи одношаговых итерационных методов. Метод верхней релаксации. Итерационные методы с Чебышевским набором параметров.

5. Приближенное решение систем нелинейных уравнений. Постановка задачи. Метод простых итераций, скорость его сходимости, модификация метода: метод покоординатных итераций. Метод Ньютона, его модификации: сведение к методу простых итераций, двухступенчатый метод, аппроксимационный аналог, разностная (дискретная) модификация

6. Численные методы решения проблемы собственных значений матрицы. Основные определения и сведения из матричной алгебры. Постановка задач полной и частичной проблемы

собственных значений. Степенной метод, метод частных Релея, метод скалярных произведений (поиск наибольшего по модулю собственного числа и соответствующего ему собственного вектора). Обратные итерации (поиск наименьшего по модулю собственного числа и соответствующего ему собственного вектора). Преобразование подобия (основные сведения). Итерационный метод вращений Якоби (алгоритм, сходимость) для симметричных матриц. RU-алгоритм (алгоритм, сходимость). QR-алгоритм.

7. Интерполирование и восстановление функций. Постановка задачи интерполирования. Глобальная интерполяция алгебраическими многочленами Лагранжа и Ньютона. Погрешность интерполяции. Сходимость интерполяционного процесса. Интерполирование сплайнами. Эрмитовы интерполяционные кубические сплайны. Нелокальные интерполяционные кубические сплайны (определение, граничные условия, вывод основных формул, алгоритм построения сплайнов, сходимость интерполяционного процесса). Постановка задачи восстановления функций. Этапы построения эмпирической формулы. Метод наименьших квадратов.

8. Численное интегрирование и дифференцирование. Постановка задачи численного интегрирования. Простейшие квадратурные формулы прямоугольников. Погрешность в малом, погрешность в целом. Оценка погрешности формул прямоугольников. Формула трапеции (вывод формул, оценка погрешности, вычисление интеграла с заданной точностью ϵ). Семейство квадратурных формул Ньютона-Котеса. Погрешность квадратурных формул. Формула Симпсона. Принцип Рунге практического оценивания погрешностей. Устойчивость формул численного интегрирования. Постановка задачи численного дифференцирования. Построение формул численного дифференцирования с помощью метода неопределенных коэффициентов. Оценка погрешности формул численного дифференцирования. Устойчивость формул численного дифференцирования.

9. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Постановка задачи. Существование и единственность решения задачи Коши для ОДУ. Разностные методы решения ОДУ: основные понятия: сходимость, точность, порядок точности, ошибка аппроксимации на точном решении, порядок аппроксимации; технология определения порядка аппроксимации. Метод Эйлера и метод предиктор-корректор: алгоритмы построения и реализации, исследование ошибки аппроксимации на точном решении, сопоставление методов по эффективности. Методы Рунге-Кутты: историческая справка, основная идея, алгоритм их построения. Получение расчетных формул для метода Рунге-Кутты второго порядка точности. Примеры методов Рунге-Кутты 3 и 4 порядков точности. Исследование сходимости численного решения на последовательности разностных сеток.

10. Численное решение уравнений в частных производных. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, сходимость, устойчивость. Построение и исследование простейших сеточных задач. Модельное уравнение конвективного переноса. Интерпретация, краевые задачи, свойства решений. Построение конечно-разностных схем: явных (ориентированные уголки, Лакса, «крест», «чехарда») и неявных (ориентированные уголки, «прямоугольник», четырехи шеститочечная). Исследование их свойств, дополнительные сеточные граничные условия, алгоритмы реализации сеточных уравнений. Сопоставление явных и неявных разностных схем. Качественные свойства схем первого порядка точности, регуляризация схем второго порядка точности. Практические расчеты. Исследование сходимости схем на последовательности сеток. Особенности решения квазилинейного уравнения конвективного переноса. Модельное уравнение диссипации, конвекции, кинетики. Интерпретация, краевые задачи, свойства решений. Основные аппроксимации уравнения: явные схемы (традиционные четырехточечные схемы, схема Дюфорта-Франкела), неявные схемы (четырёх и шеститочечные схемы: схема с «весами», двухшаговая, двухслойная схема с хорошими стабилизирующими свойствами; трехслойная схема), расщепление по физическим процессам; исследование их свойств, алгоритмы численной реализации. Моделирование вычислительного эксперимента, исследование сходимости получающегося решения. Стабилизирующие свойства схем для уравнения теплопроводности. Особенности решения задач с малым параметром пристаршей производной. Нестационарные задачи с двумя пространственными

переменными. Постановки краевых задач. Схемы метода переменных направлений и метода расщепления. Исследование их свойств, алгоритмы численной реализации. Технология проведения вычислительного эксперимента. Двумерные стационарные задачи. Разностная аппроксимация задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Методы решения сеточной задачи. Использование принципа установления для решения стационарных задач.

4.3 Лабораторные работы

№ ЛР	№ раздела	Наименование лабораторных работ	Кол-во часов
1	2	Численное решение нелинейных уравнений	2
2	3	Численное решение систем линейных алгебраических уравнений на основе метода Гаусса и LU-алгоритма. Вычисление определителя матрицы. Построение обратной матрицы	4
3	3	Численное решение систем линейных алгебраических уравнений методом скалярной трехточечной прогонки	2
4	4	Численное решение систем линейных алгебраических уравнений методом Зейделя	2
5	5	Численные методы решения частичной проблемы собственных значений матрицы	2
6	6	Интерполирование функции одной переменной	2
7	6	Восстановление функции методом наименьших квадратов	2
8	7	Численное интегрирование и дифференцирование	8
9	8	Численное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения	6
10	9	Численное решение уравнений в частных производных	6
		Итого:	32

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

5.1.1 Бахвалов, Н. С. Численные методы: учеб.пособие для вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков; МГУ им. М. В. Ломоносова.- 6-е изд. - М. : Бином, 2008. - 636 с. - (Классический университетский учебник). - ISBN 978-5-94774-815-4.

5.1.2. Киреев, В. И. Численные методы в примерах и задачах [Текст] : учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению "Прикладная математика" / В. И. Киреев, А. В. Пантелеев.- 4-е изд., испр. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 448 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 441-443. - ISBN 978-5-8114-1888-6.

5.2 Дополнительная литература

5.2.1 Самарский, А. А. Численные методы математической физики: учеб.пособие / А. А. Самарский, А. В. Гулин.- 2-е изд. - М. : Научный мир, 2003. - 316 с. - Библиогр.: с. 311-312.- Предм. указ.: с. 313-315. - ISBN 5-89176-196-3.

5.2.2. Костомаров, Д. П. Вводные лекции по численным методам : учеб.пособие для вузов / Д. П. Костомаров, А. П. Фаворский. - М.: Логос, 2006. - 184 с. : ил.. - (Классический университетский учебник). - Предм. указ.: с. 181-182. - Имен. указ.: с. 183. - Библиогр.: с. 184. - ISBN 5-98704-160-0.

5.2.3 Бахвалов, Н. С. Численные методы в задачах и упражнениях: учеб.пособие / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков. - М. :Выш. шк., 2000. - 190 с. - (Высшая математика) - ISBN 5-06-003684-7.

5.3 Периодические издания

1 Информатика и системы управления: журнал. - М. : Агентство "Роспечать", 2023

2 Вестник компьютерных и информационных технологий: журнал. - М. : Агентство "Роспечать", 2023

3 Информационные технологии: журнал. - М. : Агентство "Роспечать", 2023

5.4 Интернет-ресурсы

5.4.1 Библиотека международного научно-образовательного сайта EqWorld. Мир математических уравнений. Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numerics.htm>;

5.4.2 Интернет-университет информационных технологий. Комплекс бесплатных учебных курсов INTUIT.RU (версия 1.0). Курс «Численные методы» Режим доступа: <https://www.intuit.ru/studies/courses/2317/617/info>

5.4.4 Интернет-университет информационных технологий. Комплекс бесплатных учебных курсов INTUIT.RU (версия 1.0). Курс «Основы вычислительной математики» Режим доступа: <https://www.intuit.ru/studies/courses/1083/324/info>

5.4.5 Интернет-университет информационных технологий. Комплекс бесплатных учебных курсов INTUIT.RU (версия 1.0). Курс «Современные численные методы в объектно-ориентированном изложении на C#» Режим доступа: <https://www.intuit.ru/studies/courses/671/527/info>

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Операционная система РЕД ОС для рабочих станций, имеется лицензия, входит в реестр отечественного ПО.

2. LibreOffice – свободно распространяемый офисный пакет программ, включающий в себя текстовый и табличный редакторы, редактор презентаций и другие офисные приложения.

3. Система управления учебным процессом Moodle, свободно распространяемая.

4. Программная система для организации видео-конференц-связи Webinar.ru, имеется лицензия, входит в реестр отечественного ПО.
5. Программа для просмотра сайтов Яндекс.Браузер, свободно распространяемая, входит в реестр отечественного ПО.
6. Математическое ПО для решения широкого спектра научных и прикладных задач SciLab, свободно распространяемая (Вместо MatLab)
7. Математическая система GeoGebra, свободно распространяемая по лицензии GPL.
8. Система автоматизированной проверки текстов на наличие заимствований "Антиплагиат.ВУЗ", имеется лицензия на 1 год
9. Система программирования Python, свободно распространяемая по лицензии PSFL.
10. Интегрированная среда разработки ПО Visual Studio Code, свободно распространяемая по лицензии MIT.
11. Система программирования Oracle Java SE JDK, бесплатно распространяемая по лицензии Oracle Technology Network License.
12. Средства для разработки JetBrains All Products Pack, бесплатно лицензируемая для образовательного учреждения (включает C++, Java, C#, PHP, Python...) и т.п.

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения лабораторных занятий компьютерный класс, оснащенный компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет" с обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.