

Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра геометрии и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.15.1 Математический анализ»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки
(код и наименование направления подготовки)

Цифровые технологии

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора 2023

Рабочая программа дисциплины «Б1.Д.Б.15.1 Математический анализ» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра геометрии и компьютерных наук
наименование кафедры

протокол № 6 от "17" февраля 2023 г.

Заведующий кафедрой

Кафедра геометрии и компьютерных наук
наименование кафедры

А.Е. Шухман



Исполнители:

Старший преподаватель

должность


подпись

А.Н. Благовисная

расшифровка подписи

должность

подпись

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки
код наименование

личная подпись

А.Е. Шухман

расшифровка подписи

Заведующий отделом формирования фонда и научной обработки документов


личная подпись

Н.Н. Бигалиева

расшифровка подписи

Уполномоченный по качеству факультета


личная подпись

И.В. Крючкова

расшифровка подписи

№ регистрации _____

© Благовисная А.Н., 2023
© ОГУ, 2023

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины:

– формирование у обучающихся теоретических знаний, практических умений и навыков применения методов математического анализа, необходимых для решения различных фундаментальных и прикладных задач в области математики и компьютерных наук.

Задачи:

– изучение основ и базовых конструкций дифференциального и интегрального исчисления, используемых при исследовании и построении алгоритмов, методов и моделей, применяемых в приложениях;

– овладение основными математическими методами и алгоритмами математического анализа, применяемых в решении проблем в области математики и компьютерных наук;

– приобретение навыков решения теоретических и практических задач дифференциального и интегрального исчисления.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Отсутствуют*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.16 Численные методы, Б1.Д.Б.17 Теоретическая механика, Б1.Д.Б.21 Дифференциальные и разностные уравнения, Б1.Д.Б.22 Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного), Б1.Д.Б.23 Функциональный анализ, Б1.Д.Б.25 Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы, Б1.Д.В.9 Пакеты прикладных программ в математике*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в	ОПК-1-В-1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1-В-2 Умеет использовать знания, полученные в области математических и(или) естественных наук, в профессиональной деятельности ОПК-1-В-3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе знаний в области математических и(или) естественных наук	<u>Знать:</u> - основные понятия теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных; - формулировки классических задач математического анализа; - формулировки и доказательства утверждений и теорем теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных; <u>Уметь:</u> - решать задачи теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных, возникающие при исследовании реальных процессов и явлений; - адаптировать постановки

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
профессиональной деятельности		<i>классических задач математического анализа для приложений;</i> <i>- доказывать утверждения и теоремы теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных;</i> Владеть: <i>- методами дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных.</i>

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 15 зачетных единиц (540 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов			
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	всего
Общая трудоёмкость	180	216	144	540
Контактная работа:	61,25	69,25	61,25	191,75
Лекции (Л)	30	34	30	94
Практические занятия (ПЗ)	30	34	30	94
Консультации	1	1	1	3
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,25	0,75
Самостоятельная работа: - выполнение ИТЗ; - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий; - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к рубежному контролю).	118,75	146,75	82,75	348,25
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	экзамен	экзамен	экзамен	

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Введение в предмет	24	4	4		16
2	Числовые последовательности и их пределы	48	8	8		32
3	Предел функции. Непрерывные функции	48	8	8		32
4	Производные и дифференциал функции	60	10	10		40
	Итого:	180	30	30		120

Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре

№	Наименование разделов	Количество часов
---	-----------------------	------------------

раздела		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
5	Основные теоремы дифференциального исчисления	24	4	4		16
6	Исследование функции и построение графиков	32	4	4		24
7	Неопределенный интеграл	50	8	8		34
8	Определенный интеграл	46	8	8		30
9	Приложения определённого интеграла	32	6	6		20
10	Несобственные интегралы	32	4	4		24
	Итого:	216	34	34		148

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
11	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	52	10	10		32
12	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	56	12	12		32
13	Основы теории рядов	36	8	8		20
	Итого:	144	30	30		84
	Всего:	540	94	94		352

4.2 Содержание разделов дисциплины

№ 1 Введение в предмет *Понятие множества. Операции над множествами. Понятие функции. Эквивалентные множества. Свойства счётных множеств. Понятие действительного числа. Некоторые стандартные множества действительных чисел. Ограниченные числовые множества. Точные грани числового множества. Модуль действительного числа и его свойства.*

№ 2 Числовые последовательности и их пределы *Понятие числовой последовательности. Монотонные и ограниченные последовательности. Предел числовой последовательности и его свойства. Свойства сходящихся последовательностей. Сходимость монотонной ограниченной последовательности. Число e . Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши.*

№ 3 Предел функции. Непрерывные функции *Понятие предела функции. Основные теоремы о пределах функции. Односторонние пределы функций. Бесконечные пределы. Пределы функции при $x \rightarrow \pm\infty$. Понятие непрерывности функции. Классификация точек разрыва. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. Понятие обратной функции. Непрерывность обратной функции. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел и другие замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых функций. Свойства эквивалентных бесконечно малых функций. Сравнение бесконечно больших функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Равномерная непрерывность функции.*

№ 4 Производная и дифференциал функции *Понятие производной и дифференцируемости функции. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций и таблица производных. Гиперболические функции. Механический смысл производной. Геометрический смысл производной. Понятие дифференциала функции. Инвариантность формы дифференциала. Производные высших порядков. Формула Лейбница для n -й производной от произведения двух функций. Логарифмическое дифференцирование. Функции, заданные параметрически, и их дифференцирование.*

№ 5 Основные теоремы дифференциального исчисления Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Формула конечных приращений. Теорема Коши. Правило Лопиталя. Раскрытие неопределенностей различных типов. Формула Тейлора.

№ 6 Исследование функции и построение графиков Признак постоянства и условия монотонности функции. Экстремумы функции. Условия существования экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Условия существования точки перегиба. Асимптоты графика функции.

№ 7 Неопределённый интеграл Первообразная функция и её свойства. Неопределённый интеграл. Таблица основных интегралов. Свойства неопределённого интеграла. Метод непосредственного интегрирования. Метод замены переменной в неопределённом интеграле. Интегрирование по частям в неопределённом интеграле. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных функций.

№ 8 Определённый интеграл Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Конструктивное определение интеграла и его геометрический смысл. Необходимое условие существования определённого интеграла. Суммы Дарбу и их свойства. Необходимое и достаточное условия интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций. Свойства определённого интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Основная теорема математического анализа. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле. Интегрирование по частям в определённом интеграле.

№ 9 Приложения определённого интеграла Квадрируемые фигуры, критерии квадрируемости. Вычисление площади плоской фигуры в прямоугольной системе координат. Вычисление площади криволинейного сектора в полярных координатах. Кубируемые тела. Критерии кубируемости. Вычисление объёмов тел. Спряжляемые дуги и вычисление длины дуги. Переменная дуга. Дифференциал дуги. Площадь поверхности вращения. Статические моменты и координаты центра масс плоской материальной дуги. Первая теорема Гульдена.

№ 10 Несобственные интегралы Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Приложения несобственных интегралов. Функции с ограниченным изменением и интеграл Стильеса.

№ 11 Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных Функция нескольких переменных как отображение $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Предел функции нескольких переменных и повторные пределы, связь между ними. Непрерывность функции нескольких переменных. Свойства непрерывных функций. Производная по направлению. Градиент. Частные производные. Их механических и геометрический смысл. Дифференцируемые функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Дифференциал функции нескольких переменных и его свойства. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала функции. Применение дифференциала функции нескольких переменных к приближенным вычислениям. Производная сложной функции нескольких переменных. Дифференциал сложной функции. Свойство инвариантности дифференциала. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных. Формула Тейлора для функции нескольких переменных. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимые условия существования экстремума. Экстремумы функции нескольких переменных. Достаточные условия существования экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных. Неявная функция одной переменной. Дифференцирование неявной функции одной переменной. Неявная функция нескольких переменных. Дифференцирование неявной функции двух переменных.

№ 12 Интегральное исчисление функций нескольких переменных Конструктивное определение двойного интеграла. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Условия существования двойного интеграла. Основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.

Приложения двойного интеграла. Задача о работе переменной силы вдоль криволинейного пути на плоскости. Конструктивное определение криволинейных интегралов первого и второго рода. Существование и вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода. Свойства криволинейных интегралов. Формула Грина-Остроградского. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Восстановление функции по её полному дифференциалу. Потенциал поля. Определение тройного интеграла и его свойства. Вычисление тройных интегралов. Приложения тройных интегралов.

№ 13 Основы теории рядов Числовые ряды. Основные понятия и свойства. Ряды с неотрицательными членами. Достаточные признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Знакопеременные ряды. Знакочередующиеся ряды. Функциональные ряды. Степенные ряды. Ряд Тейлора. Ряды Фурье.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Операции над множествами.	2
2	1	Действительные числа и их свойства.	2
3	2	Числовые последовательности и их виды: ограниченные и монотонные числовые последовательности.	2
4	2	Определение предела числовой последовательности.	2
5	2	Методы нахождения пределов числовых последовательностей.	2
6	2	Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.	2
7	3	Определения предела функции: определение по Коши, определение по Гейне. Односторонние пределы. Бесконечные пределы.	2
8	3	Техника нахождения пределов функций.	2
9	3	Определение непрерывности функции. Поиск точек разрывов и определение их типов.	2
10	3	Замечательные пределы. Бесконечно малые функции.	2
11	4	Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной и дифференцируемой функции.	2
12	4	Техника нахождения производных функций.	2
13	4	Логарифмическое дифференцирование. Функции, заданные параметрически, и поиск их производных.	2
14	4	Дифференциал функции.	2
15	4	Производные и дифференциалы высших порядков.	2
16	5	Теоремы о средних значениях и их приложения.	2
17	5	Правило Лопиталя.	2
18, 19	6	Исследование функции с помощью производной и построение графиков функций.	4
20, 21	7	Неопределённый интеграл. Основные способы интегрирования функций: интегрирование путём разложения, интегрирование путём подстановки, интегрирование по частям.	4
22	7	Интегрирование рациональных дробей.	2
23	7	Интегрирование простейших алгебраических иррациональностей. Интегрирование некоторых классов тригонометрических функций.	2
24	8	Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Непосредственное вычисление определённых интегралов.	2
25	8	Вычисление определённых интегралов с помощью первообразных.	2
26	8	Замена переменной в определённом интеграле.	2

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
27	8	Интегрирование по частям в определённом интеграле.	2
28	9	Вычисление площадей фигур.	2
29	9	Вычисление объёмов тел.	2
30	9	Вычисление длины дуги плоской кривой и площади поверхности вращения.	2
31	10	Вычисление интегралов с бесконечными пределами от непрерывных функций.	2
32	10	Вычисление несобственных интегралов от неограниченных функций.	2
33	11	Определение функции нескольких переменных. Предел функции нескольких переменных и повторные пределы, связь между ними. Непрерывность функции нескольких переменных.	2
34	11	Производная по направлению. Градиент. Частные производные функций нескольких переменных.	2
35	11	Дифференциал функции нескольких переменных и его свойства. Применение дифференциала функции нескольких переменных к приближенным вычислениям.	2
36	11	Производная сложной функции нескольких переменных. Дифференциал сложной функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных.	2
37	11	Экстремумы функции нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных.	2
38	12	Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла.	2
39	12	Вычисление двойного интеграла. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.	2
40	12	Приложения двойного интеграла.	2
41	12	Вычисление криволинейных интегралов первого рода.	2
42	12	Вычисление криволинейных интегралов второго рода.	2
43	12	Вычисление тройных интегралов. Приложения тройных интегралов.	2
44	13	Ряды с неотрицательными членами.	2
45	13	Знакопеременные ряды. Знакопеременяющиеся ряды.	2
46	13	Функциональные ряды. Степенные ряды. Ряд Тейлора.	2
47	13	Ряды Фурье.	2
		Итого:	94

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Ким, В.С. Курс математического анализа: учеб. пособие для вузов / В. С. Ким. – Оренбург: ОГУ, 2006. – 220 с.
2. Сборник задач по математическому анализу: учеб. пособие для вузов / Л. Д. Кудрявцев [и др.]. – М.: Физматлит, 2003
 - А. 1: Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. – 2003. – 496 с.
 - А. 2: Интегралы. Ряды. – 2003. – 504 с.
 - А. 3: Функции нескольких переменных. – 2003. – 472 с.
3. Никольский, С.М. Курс математического анализа: учебник для вузов / С. М. Никольский. – 6-е изд., стер. – М.: Физматлит, 2001. – 592 с.

5.2 Дополнительная литература

1. Архипов, Г.И. *Лекции по математическому анализу: учебник для студентов вузов, обучающихся по направлениям и специальностям физико-математического профиля* / Г. И. Архипов, В. А. Садовничий, В. Н. Чубариков. – Москва: Дрофа, 2008. – 640 с.

2. Запорожец, Г. И. *Руководство к решению задач по математическому анализу: учебное пособие* / Г. И. Запорожец. – Санкт-Петербург: Лань, 2014. - 464 с.

3. Зубова, И. К. *Введение в математический анализ: учеб. пособие для вузов* / И. К. Зубова, О. В. Острая; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. агентство по образованию, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования «Оренбург. гос. ун-т». – Оренбург: ОГУ, 2006. – 117 с.

5.3 Периодические издания

Не предусмотрены.

5.4 Интернет-ресурсы

1. <https://www.lektorium.tv/course/30986> – курс «Математический анализ».

2. <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm> – международный научно-образовательный сайт «Мир математических уравнений», который содержит обширную учебную физико-математическую библиотеку и предназначен для широкого круга ученых, преподавателей вузов, инженеров, аспирантов и студентов в различных областях математики и других наук; все ресурсы сайта являются бесплатными для его пользователей).

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Операционная система РЕД ОС для рабочих станций, имеется лицензия, входит в реестр отечественного ПО.

2. LibreOffice – свободно распространяемый офисный пакет программ, включающий в себя текстовый и табличный редакторы, редактор презентаций и другие офисные приложения.

3. Система управления учебным процессом Moodle, свободно распространяемая.

4. Программная система для организации видео-конференц-связи Webinar.ru, имеется лицензия, входит в реестр отечественного ПО.

5. Программа для просмотра сайтов Яндекс.Браузер, свободно распространяемая, входит в реестр отечественного ПО.

6. Elibrary [Электронный ресурс]: реферативная база данных, с ограниченным доступом к полным текстам статей – Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/>, в локальной сети ОГУ.

7. Math-Net.ru [Электронный ресурс]: общероссийский математический портал, включающий информационно-справочную систему по публикациям в отечественных математических журналах. – Режим доступа <http://www.mathnet.ru/>.

8. Большая Российская энциклопедия [Электронный ресурс]: универсальная энциклопедия, содержит статьи по всем областям знаний, справочники по персоналиям, словари. – Режим доступа: <https://bigenc.ru/>.

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети «Интернет», и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.