

Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра геометрии и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.16.1 Линейная алгебра»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

15.03.02 Технологические машины и оборудование
(код и наименование направления подготовки)

Машины и аппараты поточных технологических линий
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Заочная

Год набора 2023

Рабочая программа дисциплины «Б1.Д.Б.16.1 Линейная алгебра» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра геометрии и компьютерных наук

подпись

протокол № 6 от 17 февраля 2023г.

Заведующий кафедрой

Кафедра геометрии и компьютерных наук

подпись

А.Е. Шухман

расшифровка подписи

Исполнители:

Старший преподаватель

должность

подпись

Г.В. Теплякова

расшифровка подписи

должность

подпись

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

15.03.02 Технологические машины и оборудование

подпись

личная подпись

С.П. Василевская

расшифровка подписи

Заведующий отделом формирования фонда и научной обработки документов

подпись

Н.Н. Бигалиева

расшифровка подписи

Уполномоченный по качеству факультета

личная подпись

И.В. Крючкова

расшифровка подписи

№ регистрации _____

© Теплякова Г.В., 2023

© ОГУ, 2023

1 Цели и задачи освоения дисциплины

- формирование у студентов готовности к решению учебно-профессиональных задач в области алгебры и геометрии, необходимых для использования в других дисциплинах;
- формирование соответствующих компетенций согласно требованиям основной образовательной программы.

Задачи:

- приобретение обучающимися знаний в области теоретических основ линейной алгебры, аналитической геометрии, как теоретической базы для изучения последующих дисциплин профессионального цикла;
- приобретение обучающимися навыков реализации теоретических знаний на практике с применением интерактивных методов и закреплением умений и навыков решения типовых задач, соответствующих изучаемым разделам.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Отсутствуют*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.13 Информатика, Б1.Д.Б.14 Информационные технологии и программирование, Б1.Д.Б.30 Процессы и аппараты пищевых производств, Б1.Д.В.7 Физико-механические свойства пищевых продуктов, Б1.Д.В.Э.1.1 Основы исследовательской деятельности*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1-В-1 Знает основные естественнонаучные закономерности в профессиональной сфере ОПК-1-В-2 Формулирует задачу профессиональной сферы на формальном языке естественнонаучных и общетехнических знаний ОПК-1-В-3 Решает задачи профессиональной деятельности с использованием естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования	Знать: теоретический материал линейной алгебры, векторной алгебры, аналитической геометрии Уметь: применять математические методы линейной алгебры, векторной алгебры, аналитической геометрии при решении прикладных задач Владеть: математическими методами решения задач линейной алгебры, векторной алгебры, аналитической геометрии.

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы (144 академических часа).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов	
	1 семестр	всего
Общая трудоёмкость	144	144
Контактная работа:	16,5	16,5
Лекции (Л)	8	8
Практические занятия (ПЗ)	8	8
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,5	0,5
Самостоятельная работа: - выполнение контрольной работы (КонтрР); - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий; - подготовка к практическим занятиям; и т.п.)	127,5 +	127,5
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	зачет	

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Комплексные числа	18	1	1		10
2	Матрицы и определители	20	1	1		20
3	Системы линейных уравнений	20	1	1		20
4	Векторная алгебра	16	1	1		10
5	Линейные пространства. Евклидовы пространства	16	1	1		28
6	Линейные операторы в линейном пространстве	18	1	1		20
7	Аналитическая геометрия на плоскости	18	1	1		10
8	Аналитическая геометрия в пространстве	18	1	1		10
	Итого:	144	8	8		128
	Всего:	144	8	8		128

4.2 Содержание разделов дисциплины

№ 1 Комплексные числа

Понятие комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа.

№ 2 Матрицы, определители Матрицы. Виды матриц и операции над ними. Элементарные преобразования матриц, приведение к треугольному виду, транспонирование матриц; их свойства. Определители: формулы для вычисления определителей 1,2,3 порядков. Свойства определителей. Дополнительный минор и алгебраические дополнения для элемента определителя, их свойства. Обратная матрица: определение, свойства, вычисление. Матричные уравнения

Ранг матрицы, базисный минор. Теоремы о ранге матрицы.

№ 3 Системы линейных уравнений

Системы m линейных уравнений с n неизвестными: основные определения, классификация, метод Гаусса, формула Крамера для решения системы n линейных уравнений с n неизвестными. Применение обратных матриц для решения систем. Теорема Кронекера - Капелли о совместности неоднородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.

№ 4 Векторная алгебра

Векторы в R^3 : основные определения (равенство, коллинеарность, компланарность), линейные операции. Прямоугольная система координат в R^3 , координаты вектора, действия над векторами, заданными в координатной форме. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов: определения, свойства, формулы для вычисления, приложения.

№ 5 Линейные, евклидовы пространства

Понятие линейного пространства. Примеры линейных пространств. Понятия линейной зависимости и независимости системы векторов, критерий линейной зависимости системы векторов, базис. Матрица перехода от одного базиса к другому. Линейное подпространство. Понятие евклидова пространства. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения векторов. Ортонормированные системы векторов. Ортогонализация системы векторов.

№ 6 Линейные операторы в линейном пространстве

Линейные отображения. Представление линейных операторов матрицами. Обратимые линейные операторы. Характеристические уравнения. Собственные векторы. Собственные значения.

№ 7 Аналитическая геометрия на плоскости

Различные системы координат на плоскости и в пространстве. Уравнение линии на плоскости. Линии первого порядка на плоскости (уравнение прямой с угловым коэффициентом; условие параллельности и перпендикулярности двух прямых; общее уравнение прямой; уравнение прямой в полярных координатах; нормальное уравнение прямой).

Линии второго порядка на плоскости (окружность, эллипс, гипербола, парабола).

№ 8 Аналитическая геометрия в пространстве

Различные уравнения плоскости в пространстве. Уравнения прямой в пространстве (векторное уравнение прямой; параметрические уравнения прямой; канонические уравнения прямой; общие уравнения прямой).

Уравнение цилиндрической поверхности с образующей, параллельной координатной оси. Цилиндры второго порядка (эллиптический цилиндр; гиперболический цилиндр; параболический цилиндр). Уравнение поверхности вращения. Поверхности второго порядка (эллипсоид; однополостный гиперболоид; двуполостный гиперболоид; эллиптический параболоид; гиперболический параболоид).

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Понятие комплексного числа. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корней из комплексных чисел.	1
1	2	Матрицы, операции над матрицами. Вычисление определителей. Разложение по строке и столбцу. Свойства определителей. Обратная матрица. Матричные уравнения. Ранг матрицы, базисный минор.	1
2	3	Системы m линейных уравнений с n неизвестными. Метод Гаусса, формула Крамера для решения системы n линейных уравнений с n неизвестными. Применение обратных матриц для решения систем. Теорема Кронекера-Капелли о совместности неоднородной системы линейных уравнений.	1

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
2	4	Векторы. Операции над векторами. Скалярное произведение векторов и их свойства. Векторное и смешанное произведения векторов; свойства.	1
3	5	Линейная зависимость, независимость системы векторов, критерий линейной зависимости системы векторов, базис. Матрица перехода от одного базиса к другому. Скалярное произведение векторов. Процесс ортогонализации	1
3	6	Линейные отображения. Представление линейных операторов матрицами. Обратимые линейные операторы. Собственные векторы, собственные значения. Характеристическое уравнение.	1
4	7	Уравнение прямой, проходящей через данную точку, с данным угловым коэффициентом. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых. Неполное уравнение первой степени. Уравнение прямой «в отрезках». Уравнение прямой в полярных координатах. Нормальное уравнение прямой.	1
4	8	Уравнение плоскости в пространстве. Уравнения прямой в пространстве (векторное уравнение прямой, параметрические уравнения прямой, канонические уравнения прямой, общие уравнения прямой).	1
		Итого:	8

4.4 Контрольная работа (1 семестр)

Примерные задания контрольной работы

Задание 1. а) Выполнить действия над комплексными числами: $(4 + 5i)^2 \cdot (5 - 4i)$;

б) Записать комплексное число $z = \frac{4}{\sqrt{2} - \sqrt{2}i}$ в алгебраической, тригонометрической и показательной формах. Найти z^3 и $\sqrt[3]{z}$.

Задание 2. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Найти:

а) $A \cdot B$ и $B \cdot A$;

б) $B \cdot C$ и $C^T \cdot B^T$

Задание 3. Дана система трех линейных уравнений с тремя неизвестными
$$\begin{cases} 2x + y - z = 5, \\ 3x + 3y - 2z = 8, \\ x + y + z = 6. \end{cases}$$

Требуется:

а) найти её решения с помощью формул Крамера;

б) записать систему в матричном виде и решить её средствами матричного исчисления;

в) решить систему методом Гаусса.

Задание 4. Исследовать систему на совместность и в случае совместности найти все ее реше-

ния:
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2, \\ -3x_1 + x_2 + 3x_3 = 1, \\ -2x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 4. \end{cases}$$

Задание 5. По координатам вершин A (3; -2; 2), B (1; -3; 1), C (2; 0; 4), D (6; -4; 6) пирамиды ABCD найти:

- длины ребер AB и AC;
- угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$;
- объем пирамиды ABCD;
- высоту, опущенную из вершины D на грань ABC;
- уравнение прямой AB;
- уравнение плоскости BCD;
- синус угла между прямой AB и плоскостью BCD;
- косинус угла между плоскостью xOy и плоскостью BCD.

Задание 6. Написать разложение вектора $\overrightarrow{x}$ по векторам $\overrightarrow{p}, \overrightarrow{q}, \overrightarrow{r}$, если $\overrightarrow{x} = (5, 8, 6)$, $\overrightarrow{p} = (2, 3, 1)$, $\overrightarrow{q} = (1, 3, 1)$, $\overrightarrow{r} = (-1, -2, 1)$.

Задание 7. Составить канонические уравнения:

- эллипса, большая полуось которого равна 3, а фокус находится в точке $F(\sqrt{5}, 0)$;
- гиперболы с мнимой полуосью равной 2, и фокусом $F(-\sqrt{13}, 0)$;
- параболы, имеющей директрису $x = -3$.

5.1 Основная литература

- Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст] : учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. - 12-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2009. - 312 с.
- Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2001. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с.
- Сикорская, Г. А. Курс лекций по алгебре и геометрии [Текст] : учеб. пособие для вузов / Г. А. Сикорская; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. Агентство по образованию, Гос. образоват. Учреждение высш. Проф. Образования «Оренбург. Гос. ун-т». - Оренбург : ГОУ ОГУ, 2007. - 374 с.
- Сикорская, Г. А. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии / Г. А. Сикорская; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург : ОГУ. - 2017. - ISBN 978-5-7410-1943-6. - 304 с. - Загл. с тит. экрана. Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/61594_20180117.pdf

5.2 Дополнительная литература

- Гусак, А. А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра [Текст] : справ. Пособие к решению задач / А. А. Гусак. - 4-е изд. - Минск : ТетраСистемс, 2006, 2008. - 288 с.

2. Ильин, В.А. Линейная алгебра : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 5-е изд., стереотип. – М. : Физматлит, 2002. – 320 с. – (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова [и др.] ; Вып. 4) – ISBN 5-9221-0134-X.
3. Ильин, В.А. Аналитическая геометрия : учебное пособие / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 7-е изд., стер. – М. : Физматлит, 1988, 2003, 2007. – 224 с. – (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 3). – ISBN 978-5-9221-0511-8
4. Казакова, О. Н. Алгебра, геометрия и начала анализа [Электронный ресурс] : практикум для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 15.03.02 Технологические машины и оборудование, 18.03.01 Химическая технология, 18.03.02 Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии, 19.03.02 Продукты питания из растительного сырья, 19.03.03 Продукты питания животного происхождения, 19.03.04 Технология продукции и организация общественного питания, 35.03.08 Водные биоресурсы и аквакультура / О. Н. Казакова, Т. А. Фомина; М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург : ОГУ. - 2019. - ISBN 978-5-7410-2383-9. - 170 с. Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/114369_20191202.pdf
5. Практикум по линейной и тензорной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 03.03.02 Физика, 03.03.03 Радиофизика / [О. Н. Казакова и др.]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Электрон. текстовые дан. (1 файл: 2.31 Мб). - Оренбург : ОГУ, 2017. - 117 с. - Загл. с тит. экрана. - Adobe Acrobat Reader 6.0. - Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/45875_20170703.pdf - ISBN 978-5-7410-1827-9.. - ■ гос. регистрации 0321704027.
6. Просветов, Г. И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: задачи и решения [Текст] : учеб.-практ. пособие / Г. И. Просветов.- 2-е изд., доп. – М. : Альфа-Пресс, 2009. – 208 с. – Библиогр.: с. 202. – ISBN 978-5-94280-421-3.
7. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре [Текст] : учеб. пособие для вузов / И. В. Проскуряков .- 9-е изд. – М. : Бином, 2005. – 383 с. – (Классический университетский учебник) – ISBN 5-94774-209-8.
8. Сикорская, Г. А. Практикум по алгебре и геометрии [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студентов трансп. фак. / Г. А. Сикорская, Г. Н. Локтионова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. агентство по образованию, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург : ГОУ ОГУ. - 2008. - ISBN 978-5-7410-0710-5. - 354 с
9. Сикорская, Г. А. Обучающий курс "Векторная алгебра" [Электронный ресурс] : компьютерный лабораторный практикум / Г. А. Сикорская, Д. И. Парфёнов; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Электрон. текстовые дан. (1 файл: 5.78 Мб). - Оренбург : ОГУ, 2014. - 5 с. - Загл. с тит. экрана. - Архиватор 7-Zip
10. Сикорская, Г. А. Обучающий курс "Комплексные числа" [Электронный ресурс] : компьютерный лабораторный практикум / Г. А. Сикорская, Д. И. Парфёнов; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Электрон. текстовые дан. (1 файл: 1.88 Мб). - Оренбург : ОГУ, 2014. - 5 с. - Загл. с тит. экрана. - Архиватор 7-Zip
11. Сикорская, Г. А. Обучающий курс "Линейная алгебра" [Электронный ресурс] : компьютерный лабораторный практикум / Г. А. Сикорская, Д. И. Парфёнов; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург : ОГУ. - 2014. - 5 с- Загл. с тит. экрана. [Электронный источник](#)

5.3 Периодические издания

Работа с периодическими изданиями **не предусмотрена.**

5.4 Интернет-ресурсы

1. <https://openedu.ru/course/> - «Открытое образование», Каталог курсов, MOOK: «Системы авто-матизированного проектирования аддитивных технологий»;
2. <https://universarium.org/catalog> - «Универсариум», Курсы, MOOK: «Общие вопросы философии науки»;
3. <https://www.lektorium.tv/mooc> - «Лекториум», MOOK: «Линейная алгебра»;
4. http://www.edu.ru/modules.php?name=Web_Links – каталог образовательных интернет-ресурсов.

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Операционная система РЕД ОС для рабочих станций, имеется лицензия, входит в реестр отечественного ПО.
2. LibreOffice – свободно распространяемый офисный пакет программ, включающий в себя текстовый и табличный редакторы, редактор презентаций и другие офисные приложения.
3. Система управления учебным процессом Moodle, свободно распространяемая.
4. Программная система для организации видео-конференц-связи Webinar.ru, имеется лицензия, входит в реестр отечественного ПО.
5. Программа для просмотра сайтов Яндекс.Браузер, свободно распространяемая, входит в реестр отечественного ПО.
6. Автоматизированная интерактивная система сетевого тестирования (АИССТ). Режим доступа: <https://aist.osu.ru/cgi-bin/auth.cgi>

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.