

Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.В.4 Модели оптимального управления»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

01.03.04 Прикладная математика
(код и наименование направления подготовки)

Математическое и компьютерное моделирование
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора 2023

Рабочая программа дисциплины «Б1.Д.В.4 Модели оптимального управления» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра прикладной математики

наименование кафедры

протокол № 6 от "18" января 2023 г.

Заведующий кафедрой

Кафедра прикладной математики

наименование кафедры

подпись



расшифровка подписи

И.П. Болодурина

Исполнители:

Доцент кафедры прикладной математики

должность

подпись



расшифровка подписи

Ю.П. Луговскова

должность

подпись

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

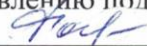
Председатель методической комиссии по направлению подготовки

01.03.04 Прикладная математика

код наименование

личная подпись

расшифровка подписи



фот. к П

Заведующий отделом формирования фонда и научной обработки документов

личная подпись



расшифровка подписи

Н.Н. Бигалиева

Уполномоченный по качеству факультета

личная подпись



расшифровка подписи

И.В.Крючкова

№ регистрации _____

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины: овладение теоретико-практической математической базой, направленной на изучение основ теории оптимального управления при моделировании динамических процессов; рассмотрение общих принципов построения необходимых и достаточных условий оптимальности и их применение к исследованию задач оптимального управления динамическими процессами непрерывной и дискретной природы.

Задачи:

- освоение математических подходов, методов, принципов моделирования оптимальных систем управления динамическими процессами, их аналитического и численного решения на базе современных компьютерных технологий;
- приобретение навыков содержательной интерпретации результатов приближенных решений, полученных при управлении динамическими процессами;
- рассмотрение различных постановок прикладных задач теории оптимального управления, их содержательной интерпретации, области применимости, методов их решения.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательным дисциплинам (модулям) вариативной части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.20 Дифференциальные и разностные уравнения, Б1.Д.Б.22 Математические методы и модели исследования операций*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.26 Моделирование эколого-экономических систем, Б2.П.В.П.3 Преддипломная практика*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2-В-2 Формулирует цели и задачи проекта, структурирует этапы процесса организации проектной деятельности	Знать: -основные понятия и инструментарий математических дисциплин; базовую терминологию, относящуюся к теории оптимального управления; - основные необходимые и достаточные условия оптимальности, применяемые при решении задач оптимального управления; - численные методы решения задач оптимального управления; -способы организации самостоятельной работы

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
		при решении задач оптимального управления динамическими процессами <u>Уметь:</u> -самостоятельно применять необходимые и достаточные условия для аналитического и численного решения практических задач оптимального управления и анализировать полученные результаты в соответствии с теорией оптимального управления; - пользоваться приемами эффективного использования учебного времени, самоорганизации и контроля <u>Владеть:</u> -компьютерными технологиями и современными программными средствами для реализации различных методов и алгоритмов при решении задач оптимального управления динамическими процессами; - методами организации самостоятельной работы при решении задач оптимального управления динамическими процессами
ПК*-1 Способен переходить от содержательной постановки проблемы к математически формализованному описанию, проводить исследование на основе построенной модели, содержательно анализировать результаты	ПК*-1-В-1 Применяет математический инструментарий для описания процессов и систем в форме математических моделей, их последующего исследования и выработки решений	<u>Знать:</u> - методы и способы математического моделирования, роли математических моделей в современной науке; - трудности при переходе от реального объекта к его математической идеализации; подходы, позволяющие перейти от естественнонаучной сущности проблемы к формализованной задаче оптималь-

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
		ного управления; <u>Уметь:</u> - предлагать пути решения задач оптимального управления, выбирать методику и средства; - систематизировать и обобщать результаты решения задач оптимального управления - использовать первоисточники научной литературы для самостоятельного изучения дополнительных разделов теории оптимального управления; самостоятельно изучать дополнительные разделы теории оптимального управления. <u>Владеть:</u> -навыками изучения математической литературы; методикой построения, анализа и применения математических моделей; -необходимыми знаниями для изучения дополнительных разделов теории оптимального управления; способами организации самостоятельного изучения дополнительных разделов теории оптимального управления
ПК*-2 Способен осуществлять математическое и компьютерное моделирование для анализа рисков и выработки оптимальных решений в различных отраслях	ПК*-2-В-3 Разрабатывает и/или применяет детерминированные и стохастические модели для анализа и выработки решений по управлению процессами и системами в различных отраслях	<u>Знать:</u> - общие принципы управления информацией для формулирования задачи оптимального управления - основные классы, типы задач теории оптимального управления; - способы организации самостоятельного изучения современных разделов теории оптимального управления. <u>Уметь:</u>

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
		-формулировать оптимизационные задачи, исходя из заданных условий, производить расчёты оптимальных законов управления, применять численные процедуры с использованием современных компьютерных технологий; Владеть: - навыками формализации задач оптимального управления; - навыками решения задач оптимального управления в зависимости от типа поставленной задачи - навыками обоснования выбора прикладного программного средства для решения задачи оптимального управления динамическими процессами

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы (144 академических часа).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов	
	7 семестр	всего
Общая трудоёмкость	144	144
Контактная работа:	39,25	39,25
Лекции (Л)	26	26
Практические занятия (ПЗ)	12	12
Консультации	1	1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25
Самостоятельная работа: - выполнение индивидуального творческого задания (ИТЗ); - выполнение расчетно-графического задания (РГЗ); - написание реферата (Р); - написание эссе (Э); - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к коллоквиумам; - подготовка к рубежному контролю и т.п.)	104,75	104,75

Вид работы	Трудоемкость, академических часов	
	7 семестр	всего
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	экзамен	

Разделы дисциплины, изучаемые в 7 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Постановка и формализация задач оптимального управления динамическими системами	18	4	2		12
2	Необходимые условия оптимальности в задачах оптимального управления. Математические и вычислительные аспекты методов и алгоритмов решения задач оптимального управления на основе необходимых условий оптимальности	20	6	2		12
3	Достаточные условия оптимальности в задачах оптимального управления	22	4	2		16
4	Метод динамического программирования для непрерывных и дискретных задач оптимального управления динамическими системами	22	4	2		16
5	Достаточные условия оптимальности на основе двойственного метода	20	2	2		16
6	Двойственный метод в дискретной задаче оптимального управления	15	2	1		12
7	Существование оптимального управления	13	2			11
8	Особые оптимальные управления	14	2	1		11
	Итого:	144	26	12		106
	Всего:	144	26	12		106

4.2 Содержание разделов дисциплины

Раздел 1 Постановка и формализация задач оптимального управления динамическими системами

Исходные данные для постановки задач оптимального управления (ЗОУ): модель описания динамического объекта в пространстве состояний, граничные условия, ограничения, виды функционалов качества. Классификация задач оптимального управления по способу задания ограничений и виду критерия оптимизации (задачи Лагранжа, Больца, Майера, задачи быстрогодействия, стабилизации, с нефиксированным временем). Примеры постановок ЗОУ. Общая постановка задач оптимального управления. Определение допустимого процесса, оптимального решения. Задача оптимального управления с фазовыми и смешанными ограничениями. Разрывная задача оптимального управления.

Раздел 2 Необходимые условия оптимальности в задачах оптимального управления. Математические и вычислительные аспекты методов и алгоритмов решения задач оптимального управления на основе необходимых условий оптимальности

Необходимые условия оптимальности для задачи со свободным правым концом и фиксированным временем. Необходимые условия оптимальности для задачи Больца. Алгоритм построения оптимального управления в случае его существования и единственности. Принцип максимума Понтрягина для задачи Майера со свободным правом концом и заданным временем. Принцип максимума Понтрягина для задачи Больца. Краевая задача принципа максимума. Алгоритм построения оптимального управления. Недостаточность принципа максимума. Метод множителей Лагранжа для за-

дачи оптимального управления. Принцип максимума для задач с произвольным временем окончания процесса управления. Принцип максимума для задач с изопериметрическими ограничениями. Непрерывность функции Гамильтона на оптимальном управлении и траектории. Свойство производных функции Гамильтона. Метод множителей Лагранжа в дискретной задаче оптимального управления со смешанными ограничениями. Методы основанные на необходимых условиях оптимальности: итерационный метод, метод проекции градиента. Учет граничных условий и фазовых ограничений в дискретной задаче оптимального управления методом штрафных функций.

Раздел 3 Достаточные условия оптимальности в задачах оптимального управления.

Принцип динамического программирования. Принцип оптимальности Беллмана для непрерывной задачи оптимального управления. Управление-синтез, усеченная задача, функция Беллмана. Уравнение Беллмана для непрерывной ЗОУ, граничные условия. Теорема о достаточных условиях оптимальности синтеза. Алгоритм построения оптимального процесса на основе метода динамического программирования. Связь метода динамического программирования и принципа максимума. Дискретная аппроксимация.

Раздел 4 Метод динамического программирования для непрерывных и дискретных задач оптимального управления динамическими системами

Функция Беллмана для дискретной ЗОУ. Принцип перехода от дискретной ЗОУ к уравнению Беллмана. Схема Беллмана. Достаточное условие оптимальности для дискретной ЗОУ. Условия существования функции Беллмана и синтезирующей функции для дискретной ЗОУ. Достаточные условия оптимальности для непрерывной и дискретной задач оптимального управления, линейных по фазовым переменным, на основе построения функции Беллмана. Примеры решения ЗОУ на основе применения принципа оптимальности Беллмана.

Раздел 5 Достаточные условия оптимальности на основе двойственного метода.

Сведение общей задачи оптимального управления к двойственной задаче. Неравенство Гамильтона – Якоби. Представление минимизируемого функционала. Теорема Кротова о достаточных условиях оптимальности. Функция Кротова. Достаточные условия в форме Кротова оптимальности минимизирующей последовательности. Этапы построения решения. Достаточные условия оптимальности в форме Кротова для задачи оптимального управления, линейной относительно фазовых координат.

Раздел 6 Двойственный метод в дискретной задаче оптимального управления.

Теорема Кротова о достаточных условиях оптимальности минимизирующей последовательности для дискретной ЗОУ. Достаточные условия в форме Кротова в случае существования оптимального процесса для дискретной ЗОУ. Виды достаточных условий в форме Кротова для дискретных ЗОУ. Связь между достаточными условиями в форме Кротова и методом динамического программирования для дискретных ЗОУ.

Раздел 7 Существование оптимального управления

Постановка задачи и основные предположения. Основная теорема о существовании оптимального управления. Анализ условий основной теоремы. Пример существенности выполнения условий основной теоремы.

Раздел 8 Особые оптимальные управления

Понятие особого оптимального управления для некоторой задачи оптимального управления. Особый режим. Построение особого оптимального управления. Необходимые условия оптимальности особого управления. Необходимые условия Келли оптимальности особого управления. Необходимые условия Коппа-Мойера. Примеры. Четеринг-режимы. Пример построения четеринг-режима для некоторой задачи.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Примеры построения конкретных моделей управляемых процессов экономической и физической природы. Простейшая система «хищник-жертва». Задача оптимального распределения капитальных вложений на заданном интервале планирования. Задача о прямолинейном движении управляемого физического объекта. Примеры построения конкретных моделей управляемых процессов экономической и физической природы. Простейшая система «хищник-жертва». Задача оптимального распределения капитальных вложений на заданном интервале планирования. Задача о прямолинейном движении управляемого физического объекта.	2
2	2	Нахождение оптимального программного управления на основе необходимых условий оптимальности.	1
3-4	2	Применение принципа максимума к решению непрерывных и дискретных задач.	1
5	3	Применение достаточных условий оптимальности к решению ЗОУ на основе метода динамического программирования Беллмана. Применение достаточных условий оптимальности к решению ЗОУ на основе метода динамического программирования Беллмана.	2
6	4	Применение метода динамического программирования Беллмана к решению задачи об очистке водоема от загрязнений органическими отходами.	2
7	5	Двойственный метод в непрерывных и дискретных задачах оптимального управления. Построение функций Кротова.	2
8	6	Численное решение ЗОУ экономикой на макроуровне на основе двойственного метода и построения функций Кротова. Численное решение ЗОУ экономикой на макроуровне на основе двойственного метода и построения функций Кротова.	1
9	8	Исследование особых оптимальных управлений для некоторых моделей оптимального управления. Выбор и оценка параметров моделей.	1
		Итого:	12

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Андреева, Е. А. Математическое моделирование [Текст] : учеб. пособие для вузов / Е. А. Андреева, В. М. Цирулева. - Тверь : ТвГУ, 2004. - 502 с.
2. Лагоша, Б. А. Оптимальное управление в экономике: теория и приложения [Текст] : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности 080116 "Математические методы в экономике" / Б. А. Лагоша, Т. Г. Апалькова. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Финансы и статистика, 2008. - 224 с. - ISBN 978-5-279-03183-2.
3. Болодурина, И. П. Теория оптимального управления [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов, обучающихся по программе высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика / И. П. Болодурина [и др.]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург : ОГУ. - 2016. - ISBN 978-5-7410-1505-6. - Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/10770_20160608.pdf

4. Андреева, Е.А., Болодурина, И.П., Арапова, О.С., Огурцова, Т.А. Математическое моделирование и оптимальное управление: учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов. - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2009. – 151 с.

5.2 Дополнительная литература

1. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления – М.: Высш. шк., 2003. – 614 с.
2. Ванько, В. И. Вариационное исчисление и оптимальное управление [Текст] : учебник для вузов / В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко.- 3-е изд., испр. - М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. - 488 с. - (Математика в техническом университете ; вып. XV). - Библиогр.: с. 475-479. - Предм. указ.: с. 480. - ISBN 5-7038-2484-2.
3. Галеев Э.М., Осмоловский Н.П., Тихомиров В.М. Оптимальное управление – М.: МЦНМО, 2008. – 320 с.
4. Осмоловский Н. П. Оптимальное управление [Электронный ресурс] / под ред. Н. П. Осмоловский, В. М. Тихомиров. – Москва: МЦНМО, 2008. – 320 с. – ISBN 978-5-94057-367-8. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63270> .
5. Основы теории оптимального управления./В.Ф. Кротов, Б.А. Лагоша, С.М. Лобанов и др. – М.: Высш.шк., 1990.

5.3 Периодические издания

- 1 Математическое моделирование : журнал. - М. : АРСМИ.
- 2 Прикладная математика и механика : журнал. - М. : Агентство "Роспечать"
3. Информационные технологии : журнал. - М. : Агентство "Роспечать"
4. Вестник компьютерных и информационных технологий : журнал. - М. : Агентство "Роспечать"
5. Мехатроника, автоматизация, управление : журнал. - М. : Агентство "Роспечать"

5.4 Интернет-ресурсы

<http://www.exponenta.ru/> - Математический сайт с большим количеством методических материалов по высшей математике и математическим компьютерным пакетам
<http://www.math.ru/> - Научно-популярный математический сайт
<http://www.intuit.ru> – сайт Интернет-университета информационных технологий, представляет учебные курсы по разным областям ИТ
<http://allmatematika.ru/> - Форум по математике;
<http://www.edu.ru/> - Федеральный портал «Российское образование»;
<http://www.orenport.ru/> - Региональный портал образовательного сообщества Оренбуржья;
<http://www.msu.ru> - Сайт Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова «Differential Equations for Engineers» [Электронный ресурс]: онлайн-курс на платформе <https://www.coursera.org> / Разработчик курса: The Hong Kong University of Science and Technology режим доступа: <https://www.coursera.org/learn/differential-equations-engineers>

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Операционная система РЕД ОС
2. Пакет офисных приложений LibreOffice
3. Программная система для организации видео-конференц-связи Webinar.ru
4. Автоматизированная интерактивная система сетевого тестирования - АИССТ (зарегистрирована в РОСПАТЕНТ, Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2011610456, правообладатель – Оренбургский государственный университет), режим доступа - <http://aist.osu.ru>

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.