

Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра геометрии и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.18 Алгебра и теория чисел»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки
(код и наименование направления подготовки)

Цифровые технологии

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора 2022

Рабочая программа дисциплины «Б1.Д.Б.18 Алгебра и теория чисел» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра геометрии и компьютерных наук

наименование кафедры

протокол № 6 от "18" февраля 2022 г.

Заведующий кафедрой

Кафедра геометрии и компьютерных наук

наименование кафедры

подпись

А.Е. Шухман

расшифровка подписи



Исполнители:

доцент

должность



подпись

В.В. Носов

расшифровка подписи

должность

подпись

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки

код наименование



А.Е. Шухман

расшифровка подписи

Заведующий отделом комплектования научной библиотеки

личная подпись

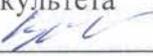


Н.Н. Бигалиева

расшифровка подписи

Уполномоченный по качеству факультета

личная подпись



И.В. Крючкова

расшифровка подписи

№ регистрации 144340

© Носов В.В., 2022

© ОГУ, 2022

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины: владение методами классической и современной прикладной алгебры, в приобретении навыков решения задач алгебраическими средствами.

Задачи:

- изучение основных разделов алгебры;
- формирование знаний, касающихся алгебраических систем, векторных пространств, многочленов над полями;
- овладение алгоритмами решения систем линейных уравнений, преобразования координат векторов, приведения квадратичных форм к заданному виду, решения задач на многочленах, решения систем сравнений и др.;
- умение использовать полученные знания для решения теоретических и практических задач.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Отсутствуют*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.24 Дифференциальная геометрия и топология, Б1.Д.Б.31 Криптографические методы защиты информации, Б1.Д.Б.32 Теория игр и исследование операций, Б1.Д.В.2 Алгоритмы и структуры данных, Б1.Д.В.4 Теоретико-числовые методы в криптографии, Б1.Д.В.9 Пакеты прикладных программ в математике*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в	ОПК-1-В-1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1-В-2 Умеет использовать знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности ОПК-1-В-3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе знаний в области математических и (или) естественных наук	Знать: содержание основных понятий и определений, используемых в теории и практике решения алгебраических задач Уметь: применять ключевые понятия и определения для решения задач в профессиональной деятельности, науке и образовании Владеть: навыками пользования алгебраического материала для решения задач в профессиональной деятельности, науке и образовании

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
профессиональной деятельности		

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц (324 академических часа).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов			
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	всего
Общая трудоёмкость	108	108	108	324
Контактная работа:	53,25	47,25	53,25	153,75
Лекции (Л)	18	16	18	52
Практические занятия (ПЗ)	34	30	34	98
Консультации	1	1	1	3
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,25	0,75
Самостоятельная работа: - выполнение индивидуального творческого задания (ИТЗ); - выполнение расчетно-графического задания (РГЗ); - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к коллоквиумам; - подготовка к рубежному контролю и т.п.)	54,75	60,75	54,75	170,25
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	экзамен	экзамен	экзамен	

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Основы теории комплексных чисел	12	2	4		6
2	Многочлены	24	4	8		12
3	Теория матриц и определителей	24	4	8		12
4	Общая теория систем линейных уравнений	36	6	12		18
5	Основы теории групп, колец и полей	12	2	2		8
	Итого:	108	18	34		56

Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
6	Линейное пространство. Подпространство линейного пространства	38	6	12		20
7	Евклидово и унитарное пространство	28	4	8		16
8	Линейные операторы	24	4	6		14
9	Квадратичные формы	18	2	4		12
	Итого:	108	16	30		62

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
10	Основы общей теории групп	32	6	12		14
11	Группы преобразований	26	4	8		14
12	Представления групп	26	4	8		14
13	Кольца, поля	24	4	6		14
	Итого:	108	18	34		56
	Всего:	324	52	98		174

4.2 Содержание разделов дисциплины

1 Основы теории комплексных чисел

Понятие комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрические формы записи. Действия с комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корней из комплексных чисел. Корень n -ой степени из единицы и о сфера его применения. Первообразные корнями n -й степени из единицы. Формулы Эйлера. Показательная форма записи комплексного числа.

2 Многочлены

Понятие многочлена от одной переменной. Операции над многочленами и их свойства. Деление многочленов с остатком, алгоритм Евклида. НОД многочленов. Теорема Безу. Корни многочлена, кратность корня, производная многочлена. Схема Горнера. Неприводимые многочлены. Разложение многочлена в произведение неприводимых множителей. Формулы Вьета.

Уравнения третьей и четвёртой степеней Многочлены от нескольких переменных. Симметрические многочлены.

3 Теория матриц и определителей

Матрицы, виды матриц. Операции над матрицами и их свойства. Элементарные преобразования матриц. Ранг матрицы.

Определители второго и третьего порядка. Определение детерминанта квадратной матрицы произвольного порядка. Свойства определителей. Методы вычисления определителей. Минор, алгебраическое дополнение. Разложение определителя по строке, столбцу. Определитель Вандермонда. Теорема Лапласа.

4 Общая теория систем линейных уравнений

Понятие системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Приложение определителей к исследованию и решению систем линейных уравнений.

5 Основы теории групп, колец и полей

Алгебраические операции. Свойства операций. Понятие группы, кольца и поля. Примеры групп, колец, полей.

6 Линейное пространство. Подпространство линейного пространства

Понятие линейного пространства. Линейная зависимость векторов. Размерность и базис линейного пространства. Ранг системы векторов линейного пространства. Матрица перехода от базиса к базису. Преобразование координат вектора. Изоморфизм линейных пространств. Подпространство линейного пространства.

7 Евклидово и унитарное пространство

Определение евклидовых пространств. Ортогональные вектора. Система ортогональных векторов. Норма вектора евклидова пространства. Угол между двумя векторами евклидова пространства. Ортонормированный базис. Выражения скалярного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. Понятие унитарного пространства. Изоморфизм евклидовых (унитарных) пространств.

8 Линейные операторы

Линейный оператор. Основные определения. Связь между координатами вектора и его образа. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Ядро и область значений линейного оператора. Характеристический многочлен, характеристическое уравнение линейного оператора. Собственные векторы линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы симметрической матрицы. Диагонализируемость линейного оператора. Действия над линейными операторами. Оператор, обратный данному линейному оператору.

9 Квадратичные формы

Основные определения. Преобразование квадратичной формы линейным однородным оператором. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Знакоопределенные квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

10 Основы общей теории групп

Понятие группы. Примеры групп. Простейшие свойства групп. Симметрическая группа. Перестановки, действия над ними. Инверсия, число инверсий перестановки. Гомоморфизмы групп. Подгруппы и смежные классы. Теорема Лагранжа. Циклические группы. Нормальные делители и факторгруппы. Классические группы матриц.

11 Группы преобразований

Примеры групп преобразований, классические линейные группы. Группа движений и группа аффинных преобразований. Группы симметрий правильных многоугольников и многогранников в трёхмерном пространстве. Классификация движений плоскости и трёхмерного пространства.

12 Представления групп

Линейные представления групп. Терминология. Матрицы линейных преобразований. Эквивалентные представления. Приводимые и неприводимые представления. Характеры. Примеры представлений групп.

13 Кольца, поля

Понятие кольца, простейшие свойства кольца, гомоморфизмы колец. Подкольца. Идеалы кольца. Сравнения и классы вычетов по идеалу. Факторкольцо. Евклидовы кольца. Область целостности. Поле частных области целостности. Характеристика поля. Алгебраические расширения. Поля Галуа.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Понятие комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Действия с комплексными числами, заданных алгебраической формой. Полярная система координат. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Формулы перехода.	2
2	1	Возведение в степень и извлечение корней из комплексных чи-	2

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
		сел. Корень из единицы.	
3	2	Понятие многочлена от одной переменной. Операции над многочленами и их свойства. Деление многочленов.	2
4	2	Деление многочленов с остатком, алгоритм Евклида. НОД многочленов. Теорема Безу. Корни многочлена, кратность корня, производная многочлена.	2
5	2	Схема Горнера. Неприводимые многочлены. Разложение многочлена в произведение неприводимых множителей. Формулы Виета	2
6	2	Уравнения третьей и четвертой степеней Многочлены от нескольких переменных. Симметрические многочлены.	2
7	3	Матрицы, виды матриц. Операции над матрицами и их свойства. Элементарные преобразования матриц..	2
8	3	Ранг матрицы. Определители второго и третьего порядка. Определение детерминанта квадратной матрицы произвольного порядка. Свойства определителей.	2
9	3	Методы вычисления определителей. Минор, алгебраическое дополнение. Разложение определителя по строке, столбцу. Матрица, обратная данной. Методы вычисления обратных матриц.	2
10	3	Определитель Вандермонда. Теорема Лапласа.	2
11	4	Понятие системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.	2
12	4	Решение систем линейных уравнений матричным методом. Решение невырожденных систем линейных уравнений	2
13	4	Теорема Кронекера-Капелли. Исследование СЛУ.	2
14	4	Приложение определителей к исследованию и решению систем линейных уравнений.	2
15-16	4	Построение фундаментальной системы решений СЛУ.	4
17	5	Алгебраические операции. Свойства операций. Понятие группы, кольца и поля. Примеры групп, колец, полей	2
18	6	Понятие линейного пространства. Линейная зависимость векторов. Размерность и базис линейного пространства.	2
19	6	Ранг системы векторов линейного пространства.	2
20	6	Матрица перехода от базиса к базису. Преобразование координат вектора.	2
21	6	Изоморфизм линейных пространств. Подпространство линейного пространства.	2
22-23	6	Линейная оболочка системы векторов. Пересечение подпространств. Сумма подпространств	4
24	7	Определение евклидовых пространств. Ортогональные вектора. Система ортогональных векторов.	2
25	7	Норма вектора евклидова пространства. Угол между двумя векторами евклидова пространства. Ортонормированный базис.	2
26	7	Выражения скалярного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе.	2
27	7	Понятие унитарного пространства. Изоморфизм евклидовых (унитарных) пространств.	2
28	8	Линейный оператор. Основные определения. Связь между координатами вектора и его образа. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Ядро и область значений линейного оператора. Характеристический многочлен, характеристическое уравнение линейного оператора.	2
29	8	Собственные векторы линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы симметрической матрицы.	2

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
30	8	Диагонализируемость линейного оператора. Действия над линейными операторами. Оператор, обратный данному линейному оператору.	2
31	9	Основные определения. Преобразование квадратичной формы линейным однородным оператором. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм.	2
32	9	Знакоопределенные квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.	2
33	10	Понятие группы. Примеры групп. Простейшие свойства групп.	2
34	10	Симметрическая группа. Перестановки, действия над ними. Инверсия, число инверсий перестановки.	2
35	10	Гомоморфизмы групп. Подгруппы и смежные классы.	2
36	10	Теорема Лагранжа. Циклические группы. Нормальные делители и факторгруппы.	2
37-38	10	Классические группы матриц.	4
39	11	Примеры групп преобразований, классические линейные группы. Группа движений и группа аффинных преобразований.	2
40	11	Группы симметрий правильных многоугольников в трёхмерном пространстве.	2
41	11	Группы симметрий правильных многогранников в трёхмерном пространстве.	2
42	11	Классификация движений плоскости и трёхмерного пространства.	2
43	12	Линейные представления групп. Терминология.	2
44	12	Матрицы линейных преобразований. Эквивалентные представления.	2
45	12	Приводимые и неприводимые представления.	2
46	12	Характеры. Примеры представлений групп.	2
47	13	Понятие кольца, простейшие свойства кольца, гомоморфизмы колец. Подкольца. Идеалы кольца.	2
48	13	Сравнения и классы вычетов по идеалу. Факторкольцо. Евклидовы кольца.	2
49	13	Область целостности. Поле частных области целостности. Характеристика поля. Поля Галуа.	2
		Итого:	98

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Кострикин, А. И. Введение в алгебру : учебник / А. И. Кострикин. – Москва : МЦНМО, 2009. – Часть 1. Основы алгебры. – 273 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140>. – ISBN 978-5-94057-453-8. – Текст : электронный.
2. Кострикин, А. И. Введение в алгебру : учебник / А. И. Кострикин. – Москва : МЦНМО, 2009. – Часть 2. Линейная алгебра. – 368 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144>. – ISBN 978-5-94057-454-5. – Текст : электронный.
3. Кострикин, А. И. Введение в алгебру : учебник / А. И. Кострикин. – Москва : МЦНМО, 2009. – Часть 3. Основные структуры алгебры. – 272 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951>. – ISBN 978-5-94057-455-2. – Текст : электронный.
4. Пихтильков, С. А. Фундаментальная и компьютерная алгебра [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов, обучающихся по программе высшего образования по направлению

подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки / С.А. Пихтильков, О.А. Пихтилькова, Л.Б. Усова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург : ОГУ. – 2016.

5.2 Дополнительная литература

1. Сборник задач по алгебре: в 2-х т. / ред. А.И. Кострикин. - Москва: Физматлит, 2007. - Т. 1. - Ч. I. и II. Основы алгебры. Линейная алгебра и геометрия.- 263 с. - ISBN 978-5-9221-0583-5; То же [Электронный ресурс]. – режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82941>

5.3 Периодические издания

1. Вестник компьютерных и информационных технологий : журнал. - М. : Агентство "Роспечать", 2018.
2. Информационные технологии : журнал. - М. : Агентство "Роспечать", 2018.

5.4 Интернет-ресурсы

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm> – международный научно-образовательный сайт «Мир математических уравнений», который содержит обширную учебную физико-математическую библиотеку и предназначен для широкого круга ученых, преподавателей вузов, инженеров, аспирантов и студентов в различных областях математики и других наук; все ресурсы сайта являются бесплатными для его пользователей).
2. <https://arxiv.org/> – крупнейший бесплатный архив электронных публикаций научных статей и их препринтов по физике, математике, астрономии, информатике и биологии.
3. «Высшая алгебра» [Электронный ресурс]: онлайн-курс на платформе <https://www.lektorium.tv/mooc> – «Лекториум» / Разработчик курса: Математическая лаборатория им. П.Л. Чебышева, режим доступа: <https://www.lektorium.tv/course/26552>

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий

1. Операционная система Microsoft Windows.
2. OpenOffice/LibreOffice - свободный офисный пакет программ, включающий в себя текстовый и табличный редакторы, редактор презентаций и другие офисные приложения.
3. Бесплатное средство просмотра файлов PDF Adobe Reader.
4. SCOPUS [Электронный ресурс]: реферативная база данных / компания Elsevier. – Режим доступа: <https://www.scopus.com/>, в локальной сети ОГУ.
5. Web of Science [Электронный ресурс]: реферативная база данных / компания Clarivate Analytics. – Режим доступа: <http://apps.webofknowledge.com/>, в локальной сети ОГУ.
6. Общероссийский математический портал Math-Net.Ru [Электронный ресурс]: профессиональная база данных для математиков – Режим доступа: http://www.mathnet.ru/index.phtml/?option_lang=rus

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащено компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.