

Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Оренбургский государственный университет»**

Кафедра математических методов и моделей в экономике

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**ДИСЦИПЛИНЫ**

*«Б1.Д.Б.21 Численные методы»*

Уровень высшего образования

**БАКАЛАВРИАТ**

Направление подготовки

*01.03.04 Прикладная математика*  
(код и наименование направления подготовки)

*Математическое и компьютерное моделирование*  
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

*Бакалавр*

Форма обучения

*Очная*

Год набора 2022

Рабочая программа дисциплины «Б1.Д.Б.21 Численные методы» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра математических методов и моделей в экономике  
наименование кафедры

протокол № 8 от "10" 02 2022г.

Заведующий кафедрой

Кафедра математических методов и моделей в экономике О.Н. Яркова  
наименование кафедры подпись расшифровка подписи

Исполнители:

Зав. кафедрой ММиМЭ О.Н. Яркова  
должность подпись расшифровка подписи

должность

подпись

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

01.03.04 Прикладная математика О.Н. Яркова  
код наименование личная подпись расшифровка подписи

Заведующий отделом комплектования научной библиотеки

Н.Н. Бигалиева  
личная подпись расшифровка подписи

Уполномоченный по качеству факультета

Н.А. Тычинина  
личная подпись расшифровка подписи

№ регистрации \_\_\_\_\_

## 1 Цели и задачи освоения дисциплины

**Цель (цели)** освоения дисциплины: формирование теоретических знаний и практических навыков применения численных методов в качестве инструмента математической обработки данных, построения алгоритмов и организации вычислительных процессов на ПЭВМ для формирования компетенций в области построения решений прикладных задач на основе информационных технологий.

### Задачи:

- освоить численные методы исследования и решения нелинейных алгебраических уравнений, исследования систем линейных и нелинейных алгебраических уравнений, решения задач безусловной оптимизации, аппроксимации функций, численного интегрирования и дифференцирования, численного решения задач для обыкновенных дифференциальных уравнений;
- приобрести навыки математической формализации прикладных задач;
- формировать умения и навыки выбора численных методов решения задачи конкретного класса и исследовать свойства полученного численного решения;
- приобрести навыки разработки собственного программного обеспечения и применения стандартных пакетов прикладных программ для решения задач численного анализа.

## 2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.14 Математический анализ, Б1.Д.Б.15 Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Б1.Д.Б.16 Дискретная математика и математическая логика, Б1.Д.Б.18 Введение в математическое моделирование, Б1.Д.Б.19 Специальные разделы прикладной математики, Б1.Д.Б.28 Программирование, Б1.Д.Б.29 Объектно-ориентированный анализ и программирование*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.23 Математическое моделирование, Б1.Д.В.3 Случайные процессы и основы теории массового обслуживания, Б1.Д.В.8 Краевые задачи для дифференциальных уравнений и численные методы их решения, Б1.Д.В.Э.4.1 Параллельное и распределенное программирование, Б2.П.Б.У.1 Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы), ФДТ.1 Практикум "Технологии информационного обеспечения научно-исследовательской работы"*

## 3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-2 Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество	ОПК-2-В-3 Обоснованно выбирает и применяет численные методы для решения исследовательских и проектных задач, исследует полученное численное решение	<b>Знать:</b> численные методы решения алгебраических уравнений и систем, нахождения собственных чисел, собственных векторов, решения задач аппроксимации функций, решение и исследование обыкновенных дифференциальных уравнений и систем, используемых при

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
функционирования систем		<p>решении исследовательских и проектных задач и условия их применимости</p> <p><b>Уметь:</b> обоснованно использовать перечисленный выше математический инструментарий для решения исследовательских задач и анализировать полученное численное решение</p> <p><b>Владеть:</b> навыками: построения численного решения исследовательских задач; анализа результатов; и оценки точности</p>
ОПК-3 Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3-В-1 Использует современные информационные технологии для решения задач анализа и моделирования процессов и систем	<p><b>Знать:</b> современные информационные технологии для решения задач численного анализа</p> <p><b>Уметь:</b> умеет применять современные информационные технологии для решения задач численного анализа</p> <p><b>Владеть:</b> владеет навыками применения современных информационных технологий для решения задач численного анализа</p>
ОПК-4 Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения	ОПК-4-В-2 Разрабатывает алгоритмы и создаёт на их основе собственные программные средства для решения прикладных задач обработки данных на ЭВМ	<p><b>Знать:</b> знает алгоритмы и создает на их основе программные средства решения задач численного анализа</p> <p><b>Уметь:</b> умеет разрабатывать алгоритмы и создавать на их основе программные средства решения задач численного анализа</p> <p><b>Владеть:</b> владеет навыками разработки алгоритмов и создании на их основе программных средств решения задач численного анализа</p>

## 4 Структура и содержание дисциплины

### 4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов	
	4 семестр	всего
<b>Общая трудоёмкость</b>	<b>180</b>	<b>180</b>
<b>Контактная работа:</b>	<b>66,25</b>	<b>66,25</b>
Лекции (Л)	34	34
Практические занятия (ПЗ)	16	16
Лабораторные работы (ЛР)	16	16
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25
<b>Самостоятельная работа:</b> - выполнение индивидуального творческого задания (ИТЗ); - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к лабораторным занятиям; - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к рубежному контролю и т.п.)	<b>113,75</b>	<b>113,75</b>
<b>Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)</b>	<b>диф. зач.</b>	

Разделы дисциплины, изучаемые в 4 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Погрешность в приближенных вычислениях	1,5	1	-	-	0,5
2	Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).	20	4	2	2	12
3	Обусловленность СЛАУ и методы решения плохо обусловленных СЛАУ	20	2	2	2	14
4	Методы решения алгебраических проблем собственных значений	26	4	2	2	18
5	Итерационные методы решения СЛАУ	20	4	2	2	12
6	Решение нелинейных уравнений	20	4	2	2	12
7	Методы решения систем нелинейных алгебраических уравнений	18	2		2	14
8	Методы аппроксимации функций	23	5	2	2	14
9	Численное дифференцирование и интегрирование	12	2	2	1	8
10	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений(ОДУ)	18	6	3	1	8
	Индивидуальная работа и инновационные формы учебных занятий	1				1
	Промежуточная аттестация (диф. зачет)	0,5				0,5
	<b>Итого:</b>	<b>180</b>	<b>34</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>114</b>
	<b>Всего:</b>	<b>180</b>	<b>34</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>114</b>

## 4.2 Содержание разделов дисциплины

**№ 1 Погрешность в приближенных вычислениях** Погрешность задачи, погрешность метода, неустранимая и устранимая погрешности. Погрешность округления. Абсолютная, относительная, предельная погрешности. Оценивание погрешности: обратная задача теории погрешности. Статистический и технический подходы к учету погрешности. Погрешности машинной арифметики. Понятие устойчивых и неустойчивых задач и методов.

### **№ 2 Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).**

Метод Гаусса, теорема о LU- разложении, условия применимости метода Гаусса, метод Гаусса с выбором главного элемента, условия применимости. Вычисление определителя. Обращение матрицы. Метод квадратного корня решения СЛАУ. Метод прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей.

### **№ 3 Обусловленность СЛАУ и методы решения плохо обусловленных СЛАУ**

Устойчивость решения СЛАУ. Плохо обусловленные СЛАУ. Число обусловленности, его свойства. Метод вращений решения плохо обусловленных СЛАУ. Методы регуляризации решения плохо обусловленных систем.

**№ 4 Методы решения алгебраических проблем собственных значений.** Степенной метод и его модификации решения частичной проблемы собственных значений. Метод вращения Якоби решения симметричной полной проблемы собственных значений и его модификации: LU, QR-алгоритмы для несимметричных задач, их модификации.

**№ 5 Итерационные методы решения СЛАУ.** Методы простых итераций, Якоби, Зейделя решение СЛАУ. Достаточные условия сходимости. Каноническая форма записи од-ношаговых итерационных методов. Стационарные итерационные методы, необходимое и достаточное условие сходимости стационарных итерационных методов. Нестационарные итерационные методы: методы Рунге-Кутты, явные и неявные итерационные методы с чебышевским набором параметров.

**№ 6 Решение нелинейных уравнений.** Отделение корней. Уточнение корней методом итераций, Ньютона, методом хорд, методом равномерного поиска, метод интерполяционных кривых.

**№ 7 Методы решения систем нелинейных алгебраических уравнений** Методы решения систем нелинейных алгебраических уравнений (СНАУ). Метод Ньютона и его модификации решения СНАУ. Оптимизационные методы исследования и решения СНАУ: сведение задачи решения СНАУ к задаче оптимизации функций многих переменных; методы наискорейшего спуска и его модификации, метод Бroyдена, методы сопряженных направлений, квазиньютоновские методы.

**№ 8 Методы аппроксимации функций.** Обобщенный интерполяционный многочлен: постановка задачи, чебышевская система функций, степенные интерполяционные многочлены в форме Лагранжа, Ньютона. Оценка погрешности. Многочлены Чебышева. Оптимизация погрешности интерполяции. Аппроксимация сплайнами: постановка задачи, сплайны третьего порядка: определение, построение.

**№ 9 Численное дифференцирование и интегрирование.** Примеры построения формул численного дифференцирования. Порядок точности. Метод Гаусса вычисление определенного интеграла. Правило Рунге оценки погрешности.

**№ 10 Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)** Сетка узлов, сеточная функция. Понятие сходимости, порядок точности, погрешность аппроксимации, порядок аппроксимации. Одношаговые разностные методы Эйлера, методы Рунге-Кутты. Многошаговые методы решения ОДУ. Методы сведения краевых задач к начальным.

### 4.3 Лабораторные работы

№ ЛР	№ раздела	Наименование лабораторных работ	Кол-во часов
1	2	Освоение алгоритмов решения СЛАУ прямыми методами	2
2	3	Освоение алгоритмов исследования и решения плохо обусловленных СЛАУ	2
3	4	Освоение алгоритмов решения проблемы собственных значений: степенной метод.	2
4	5	Освоение алгоритмов решения СЛАУ итерационными методами.	2
5	6	Освоение алгоритмов решения нелинейных алгебраических уравнений	2
6	7	Метод Ньютона решения систем нелинейных алгебраических уравнений.	2
7	8	Освоение алгоритмов решения задачи аппроксимации функций интерполяционными многочленами, сплайнами, МНК.	2
8	9-10	Численное дифференцирование. Программная реализация методов решения задачи Коши для ОДУ и систем ОДУ.	2
		Итого:	16

### 4.4 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	2	Алгоритмы прямых методов решения СЛАУ: методы Гаусса, LU-разложение, метод квадратных корней. Алгоритмы вычисления определителя и обратной матрицы.	2
2	3	Исследование СЛАУ на обусловленность.	2
3	4	Методы решения алгебраических проблем собственных значений.	2
4	5	Итерационные методы решения СЛАУ(алгоритмы, сходимость, критерии останова).	2
5	6	Решение нелинейных уравнений (алгоритмы, сходимость, критерии останова).	2
6	8	Аппроксимация функций: построение интерполяционных многочленов в форме Лагранжа, конечные и разделенные разности, интерполяционный многочлен в форме Ньютона.	2
7,8	9,10	Численное дифференцирование и интегрирование. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)	4
		Итого:	16

## 5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 5.1 Основная литература

1. Зализняк, В. Е. Теория и практика по вычислительной математике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Е. Зализняк, Г. И. Щепановская. - Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2012. - 174 с. – Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/product/441232>

2. Саад, Ю. Итерационные методы для разреженных линейных систем [Текст] : в 2 т. / Ю. Саад ; пер. с англ. Х. Д. Икрамова. - 2-е изд. - Москва : МГУ, 2013. - (Суперкомпьютерное образование / Суперкомпьютер консорциум ун-тов России).. - ISBN 978-5-211-06429-4 Т. 1 : . - , 2013. - 325 с. (ентл 30)

3. Бахвалов, Н. С. Численные методы [Текст] : учеб. пособие для вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков; МГУ им. М. В. Ломоносова.- 6-е изд. - М. : Бином, 2008. - 636 с. (ентл 83)

4. Киреев, В. И. Численные методы в примерах и задачах [Текст] : учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению "Прикладная математика" / В. И. Киреев, А. В. Пантелеев.- 4-е изд., испр. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 448 с. (ентл 15)

## 5.2 Дополнительная литература

1. Вержбицкий В.М. Основы численных методов: Учебник для вузов / Под ред. В.м. Вержбицкого. – М.: Высшая школа, 2002. – 840с.
2. Шевцов Г.С. Численные методы линейной алгебры[Текст] учебное пособие для вузов/ Г.С. Шевцов, О.Г. Крюкова, Б.И. Мызникова.- М: Финансы и статистика. - 2008.- 480с.
3. Пантелеев, А. В. Численные методы. Практикум : учебное пособие [Электронный ресурс] / А.В. Пантелеев, И.А. Кудрявцева. - Москва : ИНФРА-М, 2020. - 512 с. - ISBN 978-5-16-012333-2. - Режим доступа: - <https://znanium.com/catalog/product/1028969>

## Методические материалы

**Яркова, О. Н. Численные методы** [Электронный ресурс] : метод. указания / О. Н. Яркова, О. И. Бантикова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т", Каф. мат. методов и моделей в экономике. - Электрон. текстовые дан. (1 файл: 285.71 Кб). - Оренбург : ОГУ, 2012. - Загл. с тит. экрана. -Adobe Acrobat Reader 5.0. - № гос. регистрации 0321202309.

Численные методы решения краевых задач [Электронный ресурс] : методические указания для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика / сост.: А. Г. Реннер, О. Н. Яркова, С. Н. Чмерев; М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т", Каф. мат. методов и моделей в экономике. - Электрон. текстовые дан. (1 файл: 2.99 Мб). - Оренбург : ОГУ, 2020. - 72 с.

## 5.3 Периодические издания

Экономика и математические методы : журнал. - М. : Агентство "Роспечать", 2021, 2022.  
Математическое моделирование : журнал. - Москва : Агентство "Роспечать", 2021,2022  
Применение математических методов в экономических исследованиях и планировании 2019.  
Вестник компьютерных и информационных технологий : журнал. - Москва : Агентство "Роспечать", 2021, 2022

## 5.4 Интернет-ресурсы

<https://mathscinet.ams.org/mathscinet/> - публикации научных работ (математические науки)  
<http://www.itlab.unn.ru/?dir=101> Лаборатория информационные технологии (образовательные ресурсы)  
<http://old.exponenta.ru/> - образовательный математический сайт <http://window.edu.ru/> - единое окно доступа к образовательным ресурсам по теме «Численные методы»  
[http://window.edu.ru/catalog/resources?p\\_str=численные+методы](http://window.edu.ru/catalog/resources?p_str=численные+методы)

## 5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

### *Перечень лицензионного программного обеспечения*

1. Операционная система **Microsoft Windows**
2. Пакет настольных приложений **Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint, OneNote, Outlook, Publisher, Access)**
3. Средства для разработки и проектирования **Microsoft Visual Studio**
4. Интегрированная система решения математических, инженерно-технических и научных задач **MathCAD 14.0** (лицензия ОГУ, выделена на каф. ММиМЭ на 10 ПК)
5. ПО для решения широкого спектра научных и прикладных задач **MathWorks MATLAB R2013b + Fuzzy Logic Toolbox + Wavelet Toolbox**
6. Приложение для создания диаграмм **Microsoft Visio**

## **Свободно-распространяемое ПО**

Кроссплатформенный, свободно распространяемый офисный пакет с открытым исходным кодом

### **LibreOffice**

Средства для разработки прикладных программ **PascalABC.NET**

### ***Профессиональные базы данных***

1. Технорма / Документ [Электронный ресурс] : [система программных продуктов] / ООО Гло-сис-Сервис, ФБУ КВФ Интерстандарт. – Версия 1.11.36. – Электрон. дан. и прогр. – [Москва; Санкт-Петербург]. – Режим доступа осуществляется в локальной сети ОГУ.

2. SCOPUS [Электронный ресурс] : реферативная база данных / компания Elsevier. – Режим доступа: <https://www.scopus.com/>, в локальной сети ОГУ.

3. Web of Science [Электронный ресурс]: реферативная база данных / компания Clarivate Analytics. – Режим доступа : <http://apps.webofknowledge.com/>, в локальной сети ОГУ.

### ***Информационные справочные системы***

1. Законодательство России [Электронный ресурс] : информационно-правовая система. – Режим доступа : <http://pravo.fso.gov.ru/ips/>, в локальной сети ОГУ.

2. Консультант Плюс [Электронный ресурс] : справочно-правовая система / Компания Консультант Плюс. – Электрон. дан. – Москва. – Режим доступа : в локальной сети ОГУ <\\fileserver1\CONSULT\cons.exe>

3. Гарант [Электронный ресурс] : справочно-правовая система / НПП Гарант-Сервис. – Электрон. дан. - Москва – Режим доступа <\\fileserver1\GarantClient\garant.exe> в локальной сети ОГУ.

## **6 Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, курсового проектирования, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.