***На правах рукописи***

Минобрнауки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра статистики и эконометрики

**Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

*«Б1.Д.Б.5 Теория вероятностей и математическая статистика»*

Уровень высшего образования

МАГИСТРАТУРА

Направление подготовки

*08.04.01 Строительство*

(код и наименование направления подготовки)

*Теплогазоснабжение населенных мест и предприятий*

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

*Магистр*

Форма обучения

*Очная*

Год набора 2024

Составитель \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Еремеева Н.С.

Методические указания рассмотрены и одобрены на заседании кафедры статистики и эконометрики

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Афанасьев В.Н.

Методические указания являются приложением к рабочей программе по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика», зарегистрированной в ЦИТ под учетным номером\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**Содержание**

|  |  |
| --- | --- |
| Введение…………………………………………………………………….. | 4 |
| 1 Руководство по изучению дисциплины……………………………….. | 5 |
| 2 Методические указания по практическим занятиям ………………… | 10 |
| 3 Методические указания по выполнению индивидуального творческого задания……………………………………………..………… | 11 |
| 4 Методические указания по самостоятельной работе …..…………..... | 13 |
| Список использованных источников ……………………………………… | 15 |

**Введение**

Квалифицированному специалисту недостаточно иметь знания только в области экономики, ему также необходимо уметь учитывать сложную взаимосвязь различных факторов, оказывающих существенное воздействие на важнейшие социально-экономические процессы. Анализ производительности труда, объема производства, расхода сырья и других видов ресурсов предполагает знание специалистом теории вероятностей и математической статистики. Сложность состоит в том, что на строго детерминированные процессы и явления накладываются случайные влияния. Следовательно, нельзя проводить экономические и технологические исследования без учета действия случайных факторов, без знания основ теории вероятностей и математической статистики -дисциплин, занимающихся количественным анализом закономерностей массовых случайных явлений.

Случайное в единичном явлении становится закономерным в массовом явлении. Теория вероятностей и методы математической статистики обосновывают переход от случайного в единичных явлениях к объективной закономерности в массе таких явлений.

Знание закономерностей, которым подчиняются массовые случайные явления, позволяет решать задачи прогнозирования развития этих явлений, расширяет возможности научного анализа и принятия решений. Теория вероятностей и математическая статистика находят применение в бизнесе, технике, производстве, научных исследованиях, строительном материаловедении и др.

Для изучения курса теории вероятностей и математической статистики студентам необходимо владеть приемами интегрирования и дифференцирования в объеме курса высшей математики высшего учебного заведения. Из области теории статистики желательно, чтобы обучающиеся имели представление о генеральной и выборочной совокупностях, вариационных рядах и их характеристиках.

**1 Руководство по изучению дисциплины**

Курс включает изучение пяти основных разделов:

1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей
2. Случайные величины, их числовые характеристики и законы распределения
3. Статистическая оценка параметров распределения
4. Проверка статистических гипотез
5. Корреляционный анализ
6. Регрессионный анализ

Изучение раздела «Основные понятия и теоремы теории вероятностей» должно подготовить студентов к пониманию следующих тем данного курса, учебный материал которых включает такие понятия, как случайные события, вероятности событий, основные теоремы вероятностей, повторные независимые испытания.

Одним из основных понятий теории вероятностей является случайное событие. В этом разделе даются определение и классификация событий, методы расчета вероятности простых и сложных событий, теоремы сложения и умножения вероятностей, формула полной вероятности и формула Байеса, схема повторных испытаний Бернулли

Изучение раздела «Случайные величины, их числовые характеристики и законы распределения» базируется на знании студентов понятий случайной величины, числовых характеристик случайных величин. Также раздел посвящен изучению дискретных и непрерывных случайных величин, знакомству с различными способами задания законов их распределения, расчету и анализу свойств числовых характеристик.

Знание закона больших чисел является необходимым для понимания задач статистического оценивания параметров распределения и проверки статистических гипотез. Закон больших чисел представляет собой общий принцип, в силу которого совокупное действие большого числа факторов приводит к результату, почти не зависящему от случая. В теоремах Чебышева, Бернулли, Пуассона и Ляпунова рассмотрены конкретные условия, при которых выполняется закон больших чисел.

Раздел «Статистическая оценка параметров распределения» знакомит студентов с понятиями генеральной и выборочной совокупностей, выборочными распределениями и выборочными характеристиками. Изучение данной Темы базируется на знании студентами нормального распределения случайных величин, умении использовать критерий Пирсона.

Статистическое оценивание параметров рассматривается как совокупность методов, позволяющих делать научно обоснованные выводы о числовых параметрах генеральной совокупности по случайной выборке.

В этом разделе необходимо четко определить, что собой представляют генеральная и выборочная совокупности, при этом акцентируя внимание на методах статистического оценивания: методе максимального правдоподобия, методе моментов, методе наименьших квадратов.

Для освоения раздела необходимо знать такие распределения, как Пирсона (хи квадрат), Стьюдента (t-распределение), Фишера (F-распределение). Этим законам подчиняются статистики, используемые при статистическом оценивании.

Для обеспечения достаточной точности оценивания точечные оценки должны обладать свойствами несмещенности, эффективности, состоятельности. Изучая данный раздел, студент должен понимать, что достижение необходимой точности при использовании точечных оценок связано с большими объемами выборки и большими затратами времени.

Использование интервальных оценок позволяет достигать большей точности оценивания при меньших объемах выборки. Основными понятиями при изучении этого раздела являются доверительный интервал, точность и надежность оценки. Одна из главных задач изучения данного раздела - расчет доверительных интервалов для параметров нормального закона распределения.

Раздел Проверка статистических гипотез. Статистическая проверка гипотез тесно связана с теорией оценивания параметров распределения. При изучении данной темы следует акцентировать внимание на определении статистической гипотезы, на использовании статистического критерия, на требованиях, предъявляемых к критической области, на уточнении различий между нулевой и конкурирующей гипотезами, критической областью и областью допустимых значений.

В этом разделе даются определения статистической гипотезы, критической области, статистического критерия, мощности критерия, формулируются требования к критической области. Следует акцентировать внимание на условиях расчета границ критических областей.

Во многих задачах математической статистики важную роль играет F-распределение. Это распределение - отношение двух выборочных дисперсий. В этом разделе показаны особенности использования F-статистики для проверки статистических гипотез.

Для проверки гипотез о генеральных средних нормально распределенных совокупностей используются статистики, имеющие нормированный нормальный закон распределения и закон Стьюдента. При изучении данного раздела нужно точно знать, какая статистика составляет основу критерия и какой таблицей следует пользоваться для проведения расчетов и определения границ критических областей. Здесь также важно освоить алгоритм процедуры проверки статистических гипотез. Наряду с гипотезами о значении генеральных средних нормальной совокупности рассматриваются гипотезы о равенстве генеральных средних двух нормальных совокупностей.

В данном разделе следует сосредоточить внимание на проверке гипотез о значении генеральных дисперсий нормальных совокупностей и равенстве генеральных дисперсий двух нормальных совокупностей. Важно различать, в каких случаях применяется критерий Бартлета, а в каких - критерий Кохрана.

Следует помнить, что хотя проверки гипотезы о равенстве вероятностей появления события в генеральных совокупностях строят правостороннюю критическую область и что статистика, составляющая основу критерия проверки гипотезы, при выполнении нулевой гипотезы имеет асимптотическое распределение Пирсона.

По определению, мощность критерия - это вероятность не совершить ошибку второго рода, то есть вероятность, с которой мы требуем, чтобы статистика критерия попадала в критическую область, если верна альтернативная гипотеза. Вычисление мощности критерия связано с максимизацией этой вероятности.

Статистические гипотезы бывают двух видов: либо о неизвестных параметрах известного закона распределения, либо о неизвестных законах распределения генеральной совокупности. Важно уметь на основании выборки сформулировать и проверить статистическую гипотезу о виде закона распределения генеральной совокупности, из которой сделана выборка. Проверка гипотез о виде законов распределения генеральной совокупности осуществляется с помощью критериев согласия, среди которых критерий Пирсона на практике употребляется наиболее часто.

При изучении раздела «Корреляционный анализ» следует акцентировать внимание на понимании сути корреляционной зависимости. Изучение корреляционной зависимости между переменными сводится к измерению тесноты связи, отбору факторов, оказывающих наиболее существенное влияние на результативный признак, обнаружению неизвестных причин связей, построению корреляционной модели и оценке ее параметров, проверке значимости параметров связи и их интервальному оцениванию.

При построении корреляционных моделей исходят из условия нормальности многомерного закона распределения генеральной совокупности. Эти условия обеспечивают линейный характер связи между изучаемыми признаками. На практике не всегда строго соблюдаются предпосылки корреляционного анализа, а также возможны случаи, когда с помощью корреляционных моделей обнаруживают достаточно сильную «зависимость» признаков, в действительности не имеющих причинной связи друг с другом. Такие корреляции называют ложными.

Наиболее простой случай корреляционной зависимости: две нормально распределенные случайные величины. Двумерная линейная корреляционная модель характеризуется пятью параметрами - два математических ожидания, две дисперсии, парный линейный коэффициент корреляции.

На примере трехмерной генеральной совокупности достаточно четко просматриваются основные задачи и особенности многомерного корреляционного анализа. Для изучения многообразия взаимозависимости между переменными в модели используют три меры тесноты корреляционной связи - парный, частный, множественный коэффициенты корреляции.

Среди всех методов статистического оценивания наибольшее предпочтение в практике оценки корреляционных моделей отдают методу наименьших квадратов. Для собственно линейных моделей этот метод дает несмещенные оценки и удовлетворяет требованиям точности оценивания.

Для изучения взаимосвязи признаков, не поддающихся количественному измерению, используют различные показатели ранговой корреляции. Например, Спирмэна, Кэндела, конкордации, ассоциации, контингенции и др.

Нелинейная связь между показателями возникает в том случае, если равномерным изменениям одной величины соответствуют неравномерные изменения другой, причем эта неравномерность имеет закономерный характер. Для изучения связи между не линейно зависимыми переменными используют корреляционное отношение.

Раздел «Регрессионный анализ». Понятия корреляции и регрессии тесно связаны между собой, однако существует и четкое различие. В корреляционном анализе оценивается сила стохастической связи, а в регрессионном анализе исследуются ее формы.

Регрессионный анализ, как принято понимать в статистике, -метод стохастического анализа зависимости одной случайной величины от переменных, рассматриваемых как неслучайные величины, независимо от их истинного распределения.

Задача регрессионного анализа

* выбор вида уравнения регрессии;
* выбор независимых переменных, оказывающих существенное влияние на зависимую величину;
* оценка параметров уравнения регрессии;
* измерение влияния отдельных факторов на зависимую переменную;
* оценка статистической надежности регрессионной модели.

Использование метода наименьших квадратов для оценки параметров собственно линейных регрессионных моделей дает хорошее приближение оценок к истинным значениям параметров. В данной ситуации главной предпосылкой построения регрессионных моделей является нормальность распределения многомерной модели и выполнение условия гомоскедаксичности.

Анализ двумерной регрессионной модели демонстрирует алгоритм решения основных задач регрессионного анализа. В этом разделе особенно важно понять, что дисперсия результативного признака является суммой двух слагаемых, одна из которых объясняется влиянием фактров вошедших в модель, а другая объясняется влиянием факторов, оставшимися за пределами модели.

Построение многомерной регрессионной модели связано с преодолением целого ряда практического характера трудностей. Например, мультиколлинеарность и автокорреляция. В данном разделе следует акцентировать внимание на особенностях и последовательности проведения процедур регрессионного анализа.

**2 Методические указания по практическим занятиям**

Прежде чем приступать к решению задач, необходимо ознакомиться с соответствующими разделами программы курса «Теория вероятностей и математическая статистика» по учебной литературе, рекомендованной программой курса.

В каждой задаче необходимо привести развёрнутые пояснения хода решения и проанализировать полученные результаты.

При выполнении задания необходимо руководствоваться следующими требованиями:

1) при решении задачи расчёты приводить в развёрнутом виде, с кратким описанием показателей и обоснованием выбранных формул;

2) обязательно производить проверку расчётов, используя формулы взаимосвязи исчисленных показателей;

3) по каждой задаче необходим вывод, в котором провести анализ полученных результатов.

# 3 Методические указания по выполнению индивидуального творческого задания

Индивидуальное творческое задание – это последовательность частично регламентированных задач, имеющих уникальное решение, определяемое индивидуальными способностями обучающегося (знаниями, умениями, навыками и природными способностями). Его выполнение подразумевает последовательность действий с применением теоретических знаний студентами, а не о простом перечне задач, т.к. возможности творческого развития процесса моделирования часто определяются предшествующим порядком исполнения задания.

Основным отличием индивидуального творческого задания по разработке обучающих систем по дисциплине от учебных задач с множественным набором путей их решения считается полная неопределенность конечного результата до завершения всех этапов творческого поиска. Очевидно, что такого рода студенческая деятельность нуждается в более сильной мотивации, чем работа над обычными учебными заданиями.

Индивидуальное творческое задание должно показать глубину усвоения обучающимися курса «Теория вероятностей и математическая статистика», умение выявлять перспективные направления статистического исследования социально-экономических процессов и явлений, проводить статистические расчеты с применением современных информационных технологий, а также работать с различными источниками статистической информации.

При выполнении задания могут быть использованы различные монографии и статьи, которые посвящены вопросам методологии и практики математической статистики; статистические ежегодники, периодические издания; Интернет-ресурсы.

Обязательными структурными элементами индивидуального творческого задания являются: титульный лист, содержание, основная часть (выполненные задания); список использованной литературы и приложения при необходимости.

Титульный лист является первой страницей работы, но номер страницы на нём не проставляется.

В содержании последовательно указываются заголовки всех структурных элементов работы и номера страниц, на которых они размещаются.

Основная часть (выполненные задания) состоит из решенных заданий.

Завершает индивидуальное творческое задание библиографический список, включающий в себя не менее 10 источников.

Громоздкие статистические данные, расчеты и методики прогнозных значений, суть которых излагается в основной части работы целесообразно выносить в «Приложения».

**4 Методические указания по самостоятельной работе**

Самостоятельная работа является важным этапом изучения курса «Теория вероятностей и математическая статистика». Выполнение самостоятельной работы закрепляет и развивает общетеоретические и специальные знания обучающихся, способствует глубокому овладению курса «Теория вероятностей и математическая статистика» и подготавливает их к выполнению индивидуальной работы.

Самостоятельная работа обучающихся заключается в изучении литературы, указанной в программе, выполнении домашних заданий. В рамках самостоятельной работы с обучающимися проводятся консультации. Отдельные теоретические вопросы программы курса изучаются обучающимися самостоятельно по заданию преподавателя. В процессе выполнения самостоятельных заданий обучающий приобретает навыки работы со специальной литературой, статистической отчетностью, статистическими сборниками, демонстрирует умение использовать различные методы обработки статистической информации при выполнении расчетов и анализе результатов.

В самостоятельную работу обучающихся входит ознакомление с работами ведущих отечественных и зарубежных авторов по вопросам закономерностей массовых случайных явлений.

В ходе изучения курса «Теория вероятностей и математическая статистика», для более глубокого закрепления знаний, необходимо осуществлять краткие конспекты, воспроизведение (повторение) которых позволит подготовить изученную тему для ответа на практике или экзамене (дифференцированном зачете). В конспекте необходимо зафиксировать основные понятия изучаемого вопроса, категории, формулы. Изученные самостоятельно темы (или вопросы) оформляются в виде конспектов в лекционной тетради студента.

В ходе изучения курса «Теория вероятностей и математическая статистика» обучающийся решает и отчитывается по практическим заданиям самостоятельной работы. Задания самостоятельной работы охватывают основные разделы курса и представляют собой типовые задачи учебной дисциплины. Решение практических заданий самостоятельной работы способствует закреплению полученных на занятиях практических навыков решения задач. При выполнении практических заданий самостоятельной работы необходимо пользоваться учебно-методической, научной литературы и материалом прочитанных лекций. По результатам решения необходимо сделать соответствующие краткие выводы.

По заданиям самостоятельной работы каждый обучающийся обязан отчитаться в течение семестра. Решенные задачи представляются преподавателю. Задания самостоятельной работы студентов проверяются преподавателем, после чего обучающийся должен их защитить. Защита происходит в форме устных ответов на вопросы по решению задачи.

Для сопровождения и поддержки самостоятельной работы обучающихся, в университете используются системы электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, режим доступа <https://moodle.osu.ru/course/view.php?id=10613>. Доступ осуществляется по логину и паролю от личного кабинета обучающегося. После входа на портал откроется станица с доступными курсами.

В курсе «Теория вероятностей и математическая статистика» размещены: рабочая программа, методические указания, задания для самостоятельной работы. При необходимости выкладываются дополнительные учебно-методические материалы к лекционным и практическим занятиям и др.

# Список использованных источников

* 1. Влацкая, И. В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : электронный курс лекций / И. В. Влацкая, И. Н. Ващук, Н. С. Надточий; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Ч. 2. - Электрон. текстовые дан. (1 файл: 2.4 Мб). - Оренбург : ОГУ, 2016. - Загл. с тит. экрана. -Архиватор 7-Zi
  2. Мхитарян В. С. [и др.] Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие [Электронный ресурс]  / Мхитарян В. С. [и др.] - МФПУ "Синергия", 2013.
  3. Зубкова, Т. М. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : электронный курс в системе Moodle / Т. М. Зубкова; М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Электрон. текстовые дан. (1 файл: 1.9 Мб). - Оренбург : ОГУ, 2018. - 6 с. - Загл. с тит. экрана. -Архиватор 7-Zip
  4. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике[Текст] : учебное пособие для прикладного бакалавриата / В. Е. Гмурман.- 11-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2016. - 404 с. : ил. - (Бакалавр. Прикладной курс). - На обл. и тит. л.: Книга доступна в электронной библиотечной системе biblio-online.ru. - Прил.: с. 388-404. - ISBN 978-5-9916-6109-6.
  5. Колемаев В. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов [Электронный ресурс]  / Колемаев В. А., Калинина В. Н. - ЮНИТИ-ДАНА, 2015.