***На правах рукописи***

Минобрнауки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

**«Оренбургский государственный университет»**

Кафедра геометрии и компьютерных наук

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

*«Геометрия»*

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

*02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии*

(код и наименование направления подготовки)

*Разработка и администрирование информационных систем*

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

*Бакалавр*

Форма обучения

*Очная*

Год набора 2021

Составители \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Харитонова С.В.

Методические указания рассмотрены и одобрены на заседании кафедры геометрии и компьютерных наук

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Шухман А.Е.

Методические указания является приложением к рабочей программе по дисциплине Геометрия, зарегистрированной в ЦИТ под учетным номером\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Содержание**

|  |  |
| --- | --- |
| 1 Методические указания по лекционным занятиям ………………..... | 4 |
| 2 Методические указания по практическим занятиям ….. | 5 |
| 3 Методические указания по самостоятельной работе …..…………..... | 19 |
| 3.1 Методические указания по выполнению расчетно-графической заданий………………….. | 20 |
| 3.2 Методические указания по выполнению индивидуального творческого задания………………………………………………. ………… | 21 |
| 4 Методические указания по промежуточной аттестации по дисциплине | 21 |

**1 Методические указания по лекционным занятиям**

На лекции излагается теоретический и практический материал, относящийся к основному курсу. Лекции занимают почти половину времени, отведенного на занятия по расписанию, которым принадлежит главная и ведущая роль в учебном процессе.

Из значительного числа учебников и учебных пособий лектор выбирает самое главное, отбрасывая детали, предполагая уделить особое внимание логике рассуждений.

Список литературы по изучаемой дисциплине преподаватель сообщает на первом лекционном занятии. Поинтересуйтесь, какое их предложеных учебников и пособий вам больше подходит и есть ли в библиотеке необходимая книга в бумажном или электронном варианте.

К лекции следует готовиться и студенту: присутствовать на предыдущих лекциях и усвоить их содержание, восстановить по конспекту однокурсника, по учебнику пропущенную по уважительной причине лекцию. Перед следующей лекцией повторять материал, просмотрев свой конспект и соответствующий раздел учебника.

Основная задача лекции – учить мыслить. Интонацией голоса и манерой изложения лектор подчеркивает самое существенное, расстанавливает по местам главное и второстепенное.Надо внимательно слушать лекцию, в ходе которой лектор обычно наиболее важные идеи выделяет повторениями, замедленным темпом изложения, паузами, с тем чтобы слушатели могли их записать.

Лекции по геометрии, как правило, записываются дословно. Поэтому внимательно следите за тем, что говорит лектор, и что он записывает на доске. Часто бывает, что лектор пишет на доске формулу или какое-то математическое выражение и попутно комментирует его. Не надо паниковать. Преподаватель обязательно еще раз даст все пояснения и подождет, пока вы все запишите в своей тетради.

Для леций необходимо завести специальную тетрадь. На обложке обязательно запишите свои данные, название предмета – «Геометрия», Фамилию, Имя и Отчество преподавателя; время и аудиторию, в которой его можно найти в случае возникновения вопросов. На первой странице запишите все символы и значки, сокращения, которые вы будете использовать при конспектировании лекций. Обязательно оставляйте поля, на которых можно делать заметки или записывать вопросы. Выделяйте абзацем, цветом, подчеркиванием особо важные утверждения (определения, теоремы и т.п.).

Помните, что учебный материал по теме можно разобрать и по учебнику, но преподаватель, как правило, делает «упор» на особо трудные и непонятные моменты, которые не вегда в учебниках расписаны достаточно подробно.

Для изучения теоретического материала рекомендуется следующая основная литература:

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов / Д. В. Беклемишев .- 12-е изд., испр. – М.: Физматлит. – 2009. – 312 с.
2. Пихтилькова, О. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : курс лекций: учебное пособие / О. А. Пихтилькова, С. А. Пихтильков, А. Н. Павленко ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Электрон. текстовые дан. (1 файл: Kb). - Оренбург : ОГУ, 2015. -Adobe Acrobat Reader 6.0.
3. Канатников, А. Н. Аналитическая геометрия [Текст] : учеб. для втузов / А. Н. Канатников, А. П. Крищенко ; ред. В. С. Зарубин, А. П. Крищенко.- 4-е изд., испр. - М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. - 392 с. - (Математика в техническом университете ; вып. III). - Библиогр.: с. 375-376. - Предм. указ.: с. 377-383. - ISBN 5-7038-2732-9. - ISBN 5-7038-2484-2.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № раздела | Наименование разделов | [1] | [2] | [3] |
|  | Векторная алгебра | С. 9-16  С. 24-38 | С. 8-21 | С. 13-72 |
|  | Координаты на плоскости и в пространстве | С. 17-23 | С. 11-13 | С. 78-100 |
|  | Прямые на плоскости | С. 40-64 | С. 22-26 | С. 104-117 |
|  | Линии второго порядка на плоскости | С. 65-87 | С. 32-51 | С. 294-335 |
|  | Прямые и плоскости в пространстве | С. 40-64 | С. 26-32 | С. 119-152 |
|  | Поверхности второго порядка | С. 88-94 | С. 51-64 | С. 339-364 |

**2 Методические указания по практическим занятиям**

На практических занятиях обычно закрепляется тот материал, который теоретически рассматривался на лекциях.

Внимательно прочитайте дома лекцию, по необходимости – соответствующий раздел учебника. В начале практического занятия спросите у преподавателя все то, что вы не поняли. Не зная теоретического материала, вы не сможете продуктивно решать задачи.

Если задача предложена для самостоятельного решения, необходимо, по возможности полнее ознакомиться с методом решения аналогичных задач, просмотреть свои записи решений задач, проводившихся под руководством преподавателя на практических занятиях, а также примеры анализа задач, даваемых в учебниках, сборниках задач.

На практических занятиях следует учиться вести запись, которая облегчает работу, выявляет и подчеркивает методику расчета, дает возможность легко проверить ход решения и обнару­жить ошибку. Все записи следует вести с предельной аккуратностью. Конечные результаты каждого этапа работы надо под­черкивать и выносить на поля.

Особое внимание надо уделять четкому написанию цифр. Все вычисления рекомендуется делать в той же тетради, в которой ведется решение. Запись на клочках, на отдельных листах затрудняет проверку расчетов.

Необходимо овладеть навыками графического представления изучаемого материала. Чертеж, график, диаграмма – наглядный, экономный и интернациональ­ный язык науки и техники. Графическое изображение показывает ход решения сложных задач и помогает его запоминанию.

Не забывайте выполнять домашнее задание. Это поможет закрепить навыки решения задач.

Примеры решения задач можно посмотреть в следующих источниках:

1. Аналитическая геометрия. Векторная алгебра [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов, обучающихся по программам высшего образования понаправлению подготовки 01.03.01 Математика / Н. Н. Щипкова [и др.]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Электрон. текстовые дан. - Оренбург : ОГУ, 2015. -Adobe Acrobat Reader 5.0
2. Бортаковский, А. С. Аналитическая геометрия в примерах и задачах [Текст] : учеб. пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. - М. : Высш. шк., 2005. - 496 с. - (Прикладная математика для ВТУЗов). - Библиогр.: с. 495-496. - ISBN 5-06-004761-Х.
3. Щипкова, Н. Н. Аналитическая геометрия. Линии второго порядка [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н. Н. Щипкова, С. В. Харитонова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Электрон. текстовые дан. (1 файл: Kb). - Оренбург : ОГУ, 2011. -Adobe Acrobat Reader 5.0.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № раздела | Наименование разделов | [1] | [2] | [3] |
|  | Векторная алгебра | С. 67-127 | С. 15-104 |  |
|  | Координаты на плоскости и в пространстве |  | С. 121-173 |  |
|  | Прямые на плоскости |  | С. 199-173 |  |
|  | Линии второго порядка на плоскости |  | С. 254-325 | С. 20-22, 33-35, 39-41, 75-84 |
|  | Прямые и плоскости в пространстве |  | С. 335-393 |  |
|  | Поверхности второго порядка |  | С. 394-423 |  |

**Задания для практических занятий:**

**1.Векторная алгебра (4 ч, 2 пары)**

1. По данным векторам и построить каждый из следующих векторов: +, -, - , --, 1/3-2, 4+, 2(-), 3/4(+2)-1/4(-2) --.



1. Для каких векторов и выполняются условия: , +=0, , , , , , .



1. Упростить выражение:

а) -+;



б) -+.



4. а) В параллелограмме : . Выразить ,,,, и через и .



б) Дан : . - основания медиан. Выразить , и через и .



в) В параллелепипеде . Выпазить векторы , , , , , через , и .



5. а) Указать коллинеарные векторы: , , , , , .



б) Даны векторы , , , , , , , , . Какие из этих векторов коллинеарны? Параллельны координатным осям? Координатным плоскостям?



в) , , где - базис. Указать координаты векторов в базисе. При каких значениях векторы коллинеарны?



г) Дан прямоугольник. Коллинеарны ли векторыи, и , и ?



6. а) Даны вершины параллелограмма . Найти вершину .



б) . Доказать, что параллелограмм.



в) . Найти длины сторон .



г) Найти координаты вектора , если известно, что он направлен в противоположную сторону к вектору и его модуль равен 5.



д) Даны векторы , . Найти: , , , .



е) Коллинеарны ли векторы и , построенные по векторам и , если , , , .



7. а1) На плоскости заданы векторы , , . Доказать (графически и аналитически), что и - базис. Найти разложение вектора в этом базисе.



а2) Задана тройка некомпланарных векторов . Найти координаты вектора в базисе и написать соответствующее разложение.



а3) Разложить вектор по векторам , если .



а4) Даны три вектора , , . Определить разложение вектора по базису .



б1) Дан правильный шестиугольник . Принимая за базисные векторы и , найти в этом базисе координаты векторов: , ,, , , .



б2) Вне плоскости параллелограмма взята точка *О.* В базисе из векторов , и найти координаты векторов и , где *М* – точка пересечения диагоналей параллелограмма, *К* – середина стороны.



б3) В прямоугольнике точки *М* и *N* – середины сторон *BC* и *AC.*Разложить вектор по базису и .



8. а) Найти точку *М*, отстоящую от точки *А(-4,0,1)* на расстоянии 9, зная направляющие косинусы вектора : , , .



б) Вершины треугольника находятся в точках . Найти направляющие косинусы биссектрисы .



в) Луч образует с осями и углы, соответственно равные и , а с осью – тупой угол. Найти этот угол.



г) Вычислить координаты вектора, длина которого равна 8, если он образует с координатной осью угол , с осью угол , а с осью - острый угол.



9. а1) Дано: . Найти: .



а2) . Найти скалярное произведение векторов при , ,,.



б1), , . Найти .



б2) , Найти .



в) найти угол между векторами:

в1) , ; в2) , .



г1) При каком значении векторы и взаимноперпендикулярны?



г2) , , . При каком значении векторы и будут перпендикулярны?



г3) Найти длину вектора , зная, что - перпендикулярные орты.



г4) В плоскости найти вектор , перпендикулярный и имеющий с ним одинаковую длину.



д1) Дано: . Найти: .



д2) Дано: , , . Найти: , , , .



е1) Дан треугольник с вершинами. Найти внутренний угол при вершине *А* и внешний угол при вершине *С*.



е2) Даны точки . Показать, что четырехугольник есть квадрат.



е3) Дано: . Пусть на этих векторах построен параллелограмм. Найти координаты вектора, совпадающего с высотой параллелограмма, перпендикулярной к стороне .



е4) Векторы и образуют угол . Зная, что , найти угол между векторами + и -.



е5) Вектор , перпендикулярный к векторам и , образует с осью тупой угол. Найти координаты этого вектора, зная, что .



е6) Проверить, могут ли векторы и быть ребрами куба. Найти третье ребро куба.



10. а) Упростить выражение:

а1) ; а2) .



б1) Даны векторы:. Найти их векторное произведение.



б2) Даны векторы: и . Найти их векторное произведение.



б3) При каком *z* вектор перпендикулярен векторному произведению векторов и , если .



б4) Даны векторы: . Найти координаты векторных произведений: , , .



в1) Известно, что . Найти: , .



в2) . Найти векторное произведение векторов при , ,,.



г1) Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах .



г2) Найти площадь , если .



г3) Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах и , как на сторонах, где.



11. а1) Компланарны ли векторы ?



а2) Образуют ли векторы базис?



а3) Доказать что точки лежат в одной плоскости.



а4) Доказать что тройка векторов имеет левую ориентацию.



а5) Показать, что векторы ни при каком значении m не могут быть компланарны.



б) Найти .



в1) Найти объем треугольной пирамиды с вершинами .



в2) Даны вершины тетраэдра . Найти длину высоты, опущенную из вершины *С.*



**2. Координаты на плоскости и в пространстве (2 ч, 1 пара)**

1. Построить точку . Найти координаты точек, симметричных ей относительно координатных осей, начала координат и биссектрис координатных углов. Построить эти точки.



2. а1) Вычислить длины медиан треугольника с вершинами.



а2) Показать, что треугольник с вершинами - прямоугольный.



б1) Известны точки - концы отрезка *AB*. На этом отрезке находится точка *С*, расстояние которой от *А* в два раза больше расстояния от *B*. Определить координаты точки *С*.



б2) Точкаслужит серединой отрезка *AB*. Найти координаты точки *А*, если .



б3) В треугольнике с вершинами найти длину биссектрисы *QL*.



б4) Отрезок разделен на четыре равные части точками *L, M, N*. Найти координаты точек деления. До какой точки *P* нужно продлить отрезок , чтобы его длина увеличилась в четыре раза.



б5) Определить координаты точки пересечения произвольного треугольника на плоскости.

в1) Найти площадь треугольника с вершинами .



в2) Найти точку, в которой прямая, проходящая через точки пересечет ось .



в3) Даны две точки: . На оси найти такую точку *N*, чтобы площадь равнялась 15 кв.ед.



3. а) В полярной системе координат построить точки: , , , , , , , , , .



б) Найти прямоугольные координаты точек, заданными своими полярными координатами: , , , , , , .



в) Найти полярные координаты точек: , , , , ,



, , .



г) в полярной системе координат заданы две произвольные точки. Найти расстояние между этими точками и площадь треугольника, где третья вершина – полюс.

д) Найти полярные координаты точек, симметричных точкам , , относительно полюса и относительно полярной оси.



4. а1) Координаты точки относительно некоторой системы координат *x=-2, y=-1.* Чему будут равны координаты этой точки, если, сохраняя направления осей, перенести начало координат в точки (7,-4), (4,-2), (2,-1), (-1,-4)?

а2) Относительно двух систем координат и , имеющих одно и тоже направление осей, координаты некоторой точки равны (12,-7) и (0,15). Чему равны координаты начала каждой из этих систем относительно другой? Сделайте чертеж.



б1) Чему будут равны координаты точки , если повернуть оси координат на угол



без изменения начала координат?

б2) Координатные оси прямоугольной системы координат переносятся без изменения направления осей в точку и поворачиваются на угол . Найти новые координаты точки *A*, если ее старые координаты были *А(3,4).*



5 а1) Показать на чертеже точки *А(5,4,3)* и *В(4,-3,2)* в трехмерной системе координат.

а2) Нарисовать чертеж пирамиды с вершинами .



б1) Даны точки . На прямой найти точку *М*, делящую отрезок в отношении .



б2) Дан треугольник с вершинами .Найти координаты точки пересечения биссектрисы угла *А* со стороной *СВ*.



б3) На оси найти точку, равноудаленную от двух точек и .



**3. Прямые на плоскости (2 ч, 1 пара)**

1. а) Какие их точек лежат на прямой ?



б) Построить прямые: , , , , .



в) Построить прямую . Где лежат точки, для которых , ?



г) Записать прямые в виде и указать значения параметров: , , .



д) Найти отрезки, отсекаемые на осях координат прямыми: , , .



е) Среди прямых указать параллельные, перпендикулярные: , , , .



2. а1) Составить уравнение прямой, отсекающей на осях координат отрезки .



а2) Даны точки *L(-6,0), N(0,8*). Через середину отрезка *LN* провести прямую, отсекающую на оси , втрое больший, чем на оси .



б1) Составить уравнение прямой, отсекающий на оси ординат отрезок *b=-3* и образующий с положительным направление оси абсцисс угол .



б2) Написать уравнение прямой, проходящей через точку и образующий с осью угол, равный .



в) Найти уравнение прямой, проходящей через точки A и B:

в1) *A(0,2), B(-3,7);* в2) *A(2,1), B(4,1).*

г) Представить уравнение в различных видах: с угловым коэффициентом, в отрезках, в виде нормального уравнения:

г1) ; г2) .



д1) Написать уравнение прямой, привести к общему виду и построить, если она задана точкой М0(-1, 2) и вектором (3, -1) (направляющим, нормальным);



д2) Даны прямая и точка: Написать уравнение прямой, проходящей через точку М перпендикулярно данной прямой; параллельно данной прямой.



д3) Написать уравнение прямой, проходящей посередине между прямыми и параллельной им.



3. а1) Найти угол между прямыми: и .



а2) Найти угол между прямыми: и .



а3) Найти угол между прямыми и осью : , , , , .



б) Выяснить взаимное расположение прямых:

б1) и ; б2) и ;



б3) и ; б4) и .



в1) Найти расстояние от точки *М(1,2)* до прямой .



в2) Определить расстояние между параллельными прямыми и .



г1) Написать уравнение прямой, если известно, что расстояние ее от начала координат равно и что перпендикуляр, опущенный на нее из начала координат, составляет с осью угол .



г2) Определить длину перпендикуляра, опущенного из начала координат на прямую и угол, образуемый этим перпендикуляром с осью .



д1) Составить уравнение пучка прямых, проходящих через точку *М(4,-5).* Среди них выбрать прямую, параллельную прямой , и перпендикулярную ей.



д2) Найти прямую, принадлежащую пучку и проходящую через точку *М(1,1*).



д3) Даны стороны треугольника *(АB): , (BC): , (AC):* . Составить уравнение высоты треугольника, опущенной на сторону *AC*.



4 а) Написать уравнения сторон и высот треугольника *PQR,* где *P(-4,3), Q(2,5), R(6,-2).*

б) Вычислить площадь треугольника, стороны которого лежат на прямых, заданных уравнениями: , , .



в) Найти проекцию точки *М(3,4)* на прямую.



г) На плоскости найти точку, симметричную точке *М(2,1)* относительной прямой .



д) Составить уравнения прямых, проходящих через точку *М(5,1)* и образующих с прямой угол .



е) Даны вершины треугольника: *А(1,1), В(10,13*) и *С(13,6*). Составить уравнение биссектрисы угла *А*.

5. а) Даны центр квадрата *С(-1,0)* и уравнение стороны . Составить уравнение остальных сторон квадрата. Сделать чертеж.



б) Даны точки *А(-4,0) и В(0,6*). Вывести уравнение прямой, проходящей через середину отрезка *АВ* и отсекающий на оси отрезок вдвое больший, чем на оси .



в) Даны уравнения одной из сторон ромба и одной из его диагоналей . Диагонали ромба пересекаются в точке *P(0,1).* Найти уравнение остальных сторон ромба. Сделать чертеж.



г) Даны вершины *А(-3,-2), В(4,-1), С(1,3)* трапеции , у которой стороны *AD* и *ВС* параллельны. Известно, диагонали трапеции взаимноперпендикулярны. Найти координаты вершины *D* этой трапеции. Сделать чертеж.



д) Даны две вершины *А(2,-2)* и *В(3,-1)* и точка *P(1,0)* пересечения медиан треугольника *АВС*. Составить уравнение высоты треугольника, проведенной через вершину *С*.

е) Даны уравнения высот треугольника и и одна из его вершин *А(0,2).*Составить уравнения сторон треугольника.



**4. Линии второго порядка на плоскости (4 ч, 2 пары)**

1. а) Записать уравнение окружности с центром в точке *N(2,-3*) и радиусом 6.

б) Составить уравнение окружности, проходящей через точки А(-1;3), В(0;2), С(1;-1*).*

в) Найти координаты центра и радиуса окружности .



г) Определить геометрическое место точек, удовлетворяющих условию.

д) Написать уравнения касательных к окружности , проходящих через начало координат.



е) Найти значение параметра, при котором окружность касается прямой. Найти радиус, центр окружности и точку касания.



ж) Показать, что уравнение не определяет ни какой линии.



з) Установить, какую линию определяет уравнение .



и) Составить уравнение окружности, проходящей через точки *А(7,7)* и *В(-2,4*), если ее центр лежит на прямой .



к) Написать уравнение окружности, касающейся осей координат и проходящей через точку *N(9,9).*

л)Написать уравнение прямой, проходящей через центры двух окружностей и .



2. а) Найти полуоси, координаты фокусов и эксцентриситет эллипса и построить его: .



б) Записать каноническое уравнение эллипса:

б1) симметричного относительно координатных осей и проходящего через точки

б2) с полуосями 7 и 6;

б3) расстояние между фокусами 24 и большая ось 26;

б4) большая полуось 10 и эксцентриситет 0,8;

б5) расстояние между фокусами 6 и эксцентриситет 0,6;

б6) сумма полуосей равна 18 и расстояние между фокусами 12.

в) Найти эксцентриситет и директрисы эллипса .



г) На эллипсе найти точку, расстояние которой от правого фокуса в 4 раза меньше расстояния от левого фокуса.



д) Показать, что уравнение определяет эллипс.



е) Найти уравнение касательной к эллипсу , перпендикулярной прямой .



ж) Составить уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси , а малая ось равна . Каждый из фокусов равноудален от центра эллипса и от ближайшего конца фокальной оси.



3. а) Найти полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис и асимптот гиперболы .



б) Составить каноническое уравнение гиперболы:

б1) симметричной относительно координатных осей, пересекающей ось и проходящей через точки и. Найти фокусы;



б2) расстояние между фокусами 10, ;



б3) действительная полуось равна , гипербола проходит через точку *N(-10,4);*



б4) расстояние между фокусами равно 10, расстояние между вершинами равно 8;

б5) асимптоты имеют вид и гипербола проходит через точку ;



б6) фокусы находятся в точках , , а длина мнимой оси равна 6.



в) Найти угол между асимптотами гиперболы, если ее эксцентриситет равен 2.

г) Даны точки *А(-1,2) и В(2,0*). Точка *М* движется так, что в треугольнике *АМВ* угол *В* остается вдвое больше угла *А*. Найти уравнение кривой, которую опишет точка *М*.

д) Установить, какая линия определяется уравнением .



е) Уравнения асимптот гиперболы , а расстояние между фокусами равно 10. Найти уравнение гиперболы.



4. а) Найти координаты фокуса и уравнение директрисы параболы . Определить расстояние от точки *М(3,6)* до фокуса.



б) Составить уравнение геометрического места точек, одинаково удаленных от точки *F(0,3)* и прямой *y=-5*. Определить точки пересечения этой кривой с осями координат и построить кривую.

в) Составить каноническое уравнение параболы:

в1) симметричной относительно оси и проходящей через начало координат и точку *N(-3,6*);



в2) фокус в точке *F(5,0*), - директриса, - ось симметрии;



в3) вершина в начале координат, проходит через точку *А(2,4)* и симметрична относительно оси . Найти фокус и уравнение директрисы;



в4) парабола симметрична относительно оси , вершина в начале координат, если длина некоторой хорды этой параболы, перпендикулярной оси , равна 16, а расстояние этой хорды от вершины равно 6;



в5) вершина в начале координат, симметрична относительно и отсекает на биссектрисе 1 и 3 координатных углов хорду длиной .



г) Дана парабола . Через точку *N(4,1)* провести такую хорду, которая делилась бы в этой точке пополам.



д) Найти вершину, фокус и директрису параболы.



е) Дана парабола . Найти точки параболы, расстояние от которых до фокуса равно 1.



5. а) Дан эллипс . Найти уравнение гиперболы, вершины которой находятся в фокусах, а фокусы в вершинах данного эллипса.



б) Написать уравнение параболы, симметричной относительно оси и проходящей через точки пересечения прямой и окружности .



в) Написать уравнение параболы, зная, что вершина лежит в начале координат, направление оси симметрии совпадает с отрицательным направлением оси , а параметр *p* равен расстоянию от фокусов гиперболы до асимптот.



6. Упростить уравнение кривой, определить ее вид и построить:

а1) ; а2) ;



б1) ; б2) ;



б3) ;



в1) ; в2) ; в3) .



7. Показать, что уравнение определяет совокупность двух прямых:

а) ; б) ;



в) .



8. Привести к каноническому виду уравнение и построить кривую:

а) . б) .



в) .



9. а1) Составить уравнение и построить линию, каждая точку которой равноудалена от точки *А(2,6)* и от прямой .



а2) Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой равноотстоит от оси ординат и от окружности .



б1) Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой отстоит от точки *А(-4,0)* втрое дальше, чем от начала координат.

б2) Составить уравнение и построить линию, расстояние каждой точки которой от начала координат и от точки *А(0,5)* относится как 2:1.

в) Найти уравнение и построить траекторию точки *М*, которая движется так, что ее расстояние от точки С(-1,0) остается вдвое меньше расстояния от прямой *x=2.*

10. а) Определить координаты точки пересечения двух взаимно-перпендикулярных прямых, проходящих через фокусы эллипса , если известно, что точка *А(-2,6)* лежит на прямой, проходящей через ее правый фокус.



б) Через правый фокус гиперболы проведена прямая, перпендикулярная асимптоте с положительным угловым коэффициентом. Определить уравнение прямой, проходящей через левый фокус гиперболы и делящей пополам отрезок первой прямой между координатными осями.



в) Через фокус параболы проведена прямая, пересекающая директрису в точке с ординатой 5. Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения директрисы с осью абсцисс и перпендикулярной первой прямой.



г) Составить уравнение эллипса с центром в начале координат и фокусами на оси абсцисс, если его эксцентриситет равен 0,8, а прямая, проходящая через его левый фокус, перпендикулярна прямой и проходит через точку *А(0,4).*



д) Определить уравнение гиперболы с центром в начале координат и фокусами на оси абсцисс, если его эксцентриситет равен 1,25, а две взаимно-перпендикулярные прямые, проходящие через фокусы гиперболы, пересекаются в точке *А(0,5).*

е) Составить уравнение параболы, симметричной относительно оси абсцисс, с вершиной в начале координат, если известно, что две взаимно-перпендикулярные прямые, проходящие через фокус параболы и точку пересечения директрисы с осью абсцисс, пересекаются в точке *А(0,5).*

ж) Найти уравнение параболы, если известно, что она проходит через точки (0,0), (-2,10) и центр окружности .



**5. Прямые и плоскости в пространстве (2 ч, 1 пара)**

1. а) Найти общее уравнение плоскости, если она задана:

а1) точкой *М(5, 2, 3)* и нормальным вектором (*2, -1, 4*). Лежат ли в этой плоскости точки *P(1,2,-1*), Q(4,5,1), R(-6,2,-3);



а2) тремя точками *М1(1, 2, 0), М2(3, 1, 2), М3(0, 1, 3);*

а3) точкой *А(0, 2, 3)* и двумя направляющими векторами *(1, 0, 4), (2, 1, 3).*



б) Составить уравнение плоскости, если она:

б1) перпендикулярна оси и проходит через точку *P(1,-2,3);*



б2) проходит через ось и точку *Q(4,2,-5);*



б3) параллельна оси и проходит через точки *R(1,1,2), S(5,3,-2).*



в) Построить плоскости:

в1) ; в2) ; в3) ; в4) .



г) Составить уравнение плоскости по следующим условиям:

г1) Из точки *P(2,3,-5)* на координатные оси опущены перпендикуляры. Плоскость проходит через их основания;

г2) проходит через точки *А(2,-1,4*) и *В(3,2,-1*) перпендикулярно плоскости ;



г3) проходит через точку *М(3,-1,-5*) перпендикулярно плоскостям и .



д1) Найти расстояние от точек , , до плоскости .



д2) Найти направляющие косинусы и длину перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость .



д3) Дан тетраэдр с вершинами . Найти длину высоты, опущенной из вершины *D* на грань *АВС*.



д4) На сои найти точку, равноудаленную от точки *А(9,-2,2*) и плоскости .



д5) Определить, лежат ли точка *М(1,1,-9*) и начало координат по одну или по разные стороны от плоскости .



е) Найти угол между плоскостями:

е1) и ;



е2) и .



2. а) Составить каноническое, параметрическое и общее уравнение прямой, если она задана:

а1) точкой *А (-1, 3, -4*) и направляющим вектором (1, 3, -2);



а2) точками *А(2,-1,-1*) и *В(3,3,-1*).

б) Найти угол между прямыми:

б1) и ;



б2) и .



в) Составить каноническое, параметрическое и общее уравнение прямой, проходящей через точку если:



в1) она параллельна прямой ; в2) параллельна оси ;



в3) перпендикулярна плоскости .



г) Определить направляющие косинусы прямой .



е) Найти расстояние от точки до прямой .



3. а) Исследовать взаимное расположение прямых в пространстве:

а1) и ; а2) и ;



а3) и ; а4) и .



б1) Доказать, что прямая и плоскость пересекаются, найти точку пересечения, если

, : 4x+3y+2z+18=0.



б2) Установить взаимное расположение прямой и плоскости .



б3) Установить взаимное расположение прямой и плоскости .



б4) Найти угол между прямой и плоскостью .



в) Исследовать взаимное расположение плоскостей : 3х+2у+2=5; : 2х+у+3z=11;



: 2х+3у+z=1.



г) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку *P(4,-1,1*) и прямую.



4. а) Найти точку, симметричную точке *М(2,3,-4*) относительно прямой .



б) Найти проекцию точки *P(3,1,2*) на плоскость .



в) Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые и .



**6. Поверхности второго порядка (2 ч, 1 пара)**

1. а) Составить уравнение сферы, если известно, что точки являются концами одного из диаметров сферы. Лежат ли на этой сфере точки , , .



б) Написать уравнение сферы, проходящей через точки , , .



в) Найти центр и радиус сферы .



г) Найти точки пересечения сферы и прямой .



д) Составить уравнение сферы с центром в точке и качающейся плоскости .



е) Составить уравнение сферы, касающейся двух параллельных плоскостей и , если ее центр расположен на прямой .



2. Какие поверхности определяет уравнение:

а1) ; а2) ; а3) ; б) ; в) ;



г1) ; г2) .



3. Какая линия изображается системой уравнений:

а) ; б) ; в) .



4. Составить уравнение поверхности вращения:

а) вокруг оси ; б) вокруг оси ;



в) ; г) вокруг оси ; е) вокруг оси .



5. а) Найти главные сечения эллипсоида . Определить координаты их вершин и длину осей.



б) Найти линии пересечения гиперболоида с координатными плоскостями и с плоскостями *z=2* и *z=3*.



6. Какие геометрические образы представляются уравнениями:

а1) ; а2) ; а3) ; а4) ; а5) ;



б1) ; б2) ; б3) ; б4) ;



б5) ; б6) ; б7) ; б8) ;



в1) ;



в2) ;



в3) ; а4) ;



в5) ; в6) .



7. а) Составить уравнения касательных плоскостей к сфере в точках ее пересечения с прямой .



б) Установить, что плоскость *y-2=0* пересекает эллипсоид по эллипсу. Найти его полуоси и вершины.



в) Определить линию пересечения поверхностей и .



г) Исследовать линию пересечения гиперболоида с плоскостью , пользуясь ее проекциями на координатные плоскости.



д) Дан гиперболический параболоид и одна из его касательных плоскостей . Найти уравнения каждой из тех двух прямых, по которой плоскость касается с параболоидом.



8. Построить тела, ограниченные поверхностями:

а) ; б) ;



в) ; г) ,



д) ; е) .



**3 Методические указания по самостоятельной работе**

Самостоятельная работа студентов включает в себя: выполнение индивидуального творческого задания (ИТЗ); выполнение расчетно-графического задания (РГЗ); самоподготовку (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий;

подготовка к практическим занятиям; подготовка к рубежному контролю, зачету, экзамену.)

Читая учебник или учебное пособие, надо обращать внимание на те положения, которые дают ответы на поставленные вопросы учебной программы, на выделенные слова, предложения, определения, которые выражают главное содержание темы. Необходимо осмыслить содержащиеся в нем факты, примеры, термины, понятия и вытекающие из них теоретические обобщения (правила, выводы, законы). Наиболее трудные места надо продумать, прочесть еще раз, пока не усвоите их содержание, обязательно рассмотреть рисунки, схемы, таблицы, прочитайте подписи и обозначения. Не забыть просмотреть сноски, которые находятся внизу листа (подстрочечник). Усвоив содержание учебного материала, необходимо законспектировать главные положения, выписать определения, факты, цифры. Встретив наиболее трудные для самостоятельного усвоения положения, необходимо уточнить их на консультации у преподавателя.

Главное правило при выборе вами учебника - доступность его языка для вас. Поэтому у вас может быть в работе несколько учебников. Один обязательный, рекомендованный преподавателем, второй понятный лично вам. Второе главное правило, чтобы учебник отражал тематический план дисциплины, предложеный в рабочей программе дисциплины (режим доступа через личный кабинет обучающегося <https://osu.ru/iss/lks/>).

Изучение геометрии в вузе опирается на школьный курс. Поэтому целесообразно самостоятельно по школьным справочникам повторить следующую тему: геометрические векторы на плоскости и в пространстве (определение вектора, координат вектора, виды векторов, линейные операции над векторами в геометрической и координатной формах, коллинеарность и компланарность векторов, скалярное произведение векторов.

**3.1 Методические указания по выполнению расчетно-графических заданий**

Задания для выполнения РГЗ выдаются преподавателем в начале семестра.

Индивидуальные задания для выполнения РГЗ представлены в Фонде оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (ФОС), который доступен через личный кабинет обучающегося на сайте университета, режим доступа <https://osu.ru/iss/lks/>.

Примеры решения задач РГЗ можно изучить по следующему пособию:

Практикум по аналитической геометрии [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов, обучающихся по программам высшего образования по направлениям подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, 02.03.01 Математика и компьютерные науки, 03.03.02 Физика, 03.03.03 Радиофизика и специальности 10.05.01 Компьютерная безопасность / [О. Н. Казакова и др.]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Электрон. текстовые дан. (1 файл: 3.67 Мб). - Оренбург : ОГУ, 2016. Режим доступа: <http://artlib.osu.ru/site_new/find-book?reqid=16255881296060179139&text=elres%5Bказакова%20о.н.%5D%20&p=1>

Не следует откладывать выполнение работы на конец семестра. Лучше всего выполнять задание сразу после того, как соответствующая тема была рассмотрена на лекционных и практических занятиях.

Помните, что надо не только решить пример, но и знать соответствующие теоретические положения. При подготовке к выполнению РГЗ необходимо изучить (повторить) соответствующие разделы по лекциям, пособиям и учебникам.

При выполнении работы и ее оформлении необходимо придерживаться следующих правил:

- работа должна быть выполнена в тетради, имеющей поля для замечаний рецензента. Чернила можно использовать любого цвета, кроме красного;

- на обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия студента, его инициалы, группа, номер варианта, название дисциплины; титульный лист оформляется в соответствии со стандартом оформления студенческих работ СТО 02069024.101–2015 Работы студенческие (<http://www.osu.ru/docs/official/standart/standart_101-2015_.pdf>).

- перед решением каждой задачи нужно привести полностью ее условие. В том случае, если несколько задач, из которых студент выбирает задачу своего варианта, имеют общую формулировку, следует, переписывая условие задачи, заменить общие данные конкретными из соответствующего номера;

- следует придерживаться той последовательности при решении задач, в какой они даны в задании, строго сохраняя при этом нумерацию заданий;

- в работу должны быть включены все задачи, указанные в задании по своему варианту. Работы, содержащие не все задания, а также содержащие задачи не своего варианта, не зачитываются;

- решения задач должны сопровождаться развернутыми пояснениями; нужно привести в общем виде все используемые формулы с объяснением употребляемых обозначений; объяснить и мотивировать все действия по ходу решения; сделать необходимые чертежи. Чертежи должны быть выполнены в прямоугольной системе координат в полном соответствии с данными условиями задач и теми результатами, которые получены;

- после получения прорецензированной работы (как не зачтенной, так и зачтенной) необходимо исправить все отмеченные преподавателем ошибки и недочеты выполнить все рекомендации преподавателя. Если работа получила в целом положительную оценку, но в ней есть отдельные недочеты (указанные в тетради), то нужно сделать соответствующие исправления и дополнения в той же тетради (после имеющихся решений и записи «Работа над ошибками») и на защите РГЗ. Если работа не зачтена, то ее необходимо в соответствии с требованиями частично или полностью переделать. Повторную работу надо выполнять в той же тетради (если есть место) или в новой тетради с надписью на обложке «Повторная», и вместе с не зачтенной работой направить ее на новую проверку. Вносить исправления в сам текст работы после ее рецензирования запрещается.

Если вы испытываете затруднения в освоении теоретического или практического материала, то можете получить консультацию преподавателя.

Необходимо приучать себя к анализу условий задачи: после внимательного ознакомления с условиями задачи и выясне­ния, на каких законах и положениях оно должно основываться, необходимо представить весь ход решения, т. е. наметить общую последовательность действий и только после этого приступать к её выполнению.

**3.2 Методические указания по выполнению индивидуального творческого задания**

Выполнение ИТЗ направлено на формирование умения работать с лекционным материалом, с учебниками и учебными пособиями, справочниками, различными интернет-ресурсами (указаны в рабочей программе дисциплины). Выполненное ИТЗ может представлять собой опорный план-конспект, сводную таблицу формул, обобщенную схему решения определенного типа задач и т.п.

Например, начало таблицы по поверхностям второго порядка:

|  |  |
| --- | --- |
| сфера с центром в точке  и радиусом . |  |
| эллипсоид (трехосный эллипсоид).  В сечении эллипсоида плоскостями, параллельными координатным плоскостям, получаются эллипсы с различными осями.  Сфера – частный случай эллипсоида при *a=b=c*. |  |

ИТЗ содержатся в фонде оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

**4 Методические указания по промежуточной аттестации по дисциплине**

Итоговой формой контроля по геометрии является экзамен. Особенность сдачи экзамена по геометрии является то, что простое заучивание «текста» здесь неприемлемо. Необходимо четко знать сущность рассматриваемых понятий, формул, теорем.

Критерии оценивания ответа студента на зачете или экзамене преподаватель сообщает в начале семестра, их можно найти в ФОС ( режим доступа <https://osu.ru/iss/lks/>).

Запоминание не должно подменяться заучиванием наизусть, но в ряде случаев и заучивание не может быть заменено запоминанием.

Ес­ли выяснилось, что данный материал следует заучить наизусть, не надо делать этого в один прием. Только первый период заучивания продуктивен, затем внимание постепенно ослабевает, и дальнейшее время будет потеряно.

Заучивание неизбежно связано с повторением. Повторение – важнейшее звено всякого учебного процес­са. При заучивании легко усваиваемого материала, первые повторения дают наибольший результат, а последую­щие повторения прибавляют к достигнутому уже результату все меньше и меньше. Трудный материал, напротив, вначале запоминается медленно, а в дальнейшем усвоение его заметно ускоряется.

Разнообразие повторений способствуют установлению новых связей учебного материала с прак­тикой, со смежными теоретическими вопросами. В резуль­тате изученный материал не только полнее и прочнее запоминается, но и воспроизведение его в памяти приобретает необходимую гибкость, материал легко при­поминается во всех случаях, когда он может быть поле­зен.

Огромное значение имеет последовательность в работе. Если при изучении очередного вопроса вы столкнулись с понятием, которое вы уже рассматривали ранее, не поленитесь, вернитесь к нему еще раз. Это поможет лучше его замомнить. Например, при изучении специальных операций над матрицами (транспонирование, умножение матрицы на матрицу, построение обратной матрицы), необходимо знать что такое матрица, виды матриц, размерность матрицы, понятие определителя и т.п.

Прочность запоминания зависит от рационального распределения работы во времени. Лучше запоминается не то, что заучено в один прием или в короткий срок, а то, что усваивается на протяжении не­которого периода времени.

Полезно в процессе заучивания, время от времени, снова перечитывать все полностью. Следует обращать внимание на связи между смысловыми еденицами. При повторении их каждой в отдельности может образоваться прочная «круговая ассоциация»: последние слова связываются в памяти с первыми словами или началом.

При дословном запоминании всегда надо иметь в виду возможность заучивания с ошибками, при котором обра­зуются неправильные связи и ассоциации. В дальнейшем при вся­ком новом воспроизведении неправильная ассоциация все более упрочивается и даже после того как ошибка обна­ружена, разрушение образовавшейся неправильной ассо­циации оказывается затруднительной. Поэтому при зау­чивании материала, особенно при дословном запоминании, надо с самого начала внимательно проверять правильность заучивания.

Заранее поинтересуйтесь у преподавателя, какими справочными материалами можно пользоваться (например, таблица поверхностей второго порядка). Но помните, что использование справочных материалов не освобождает от необходимости знания основного учебного материала.

Вам легче будет готовиться к экзамену, если вы будете выполнять все требования преподавателя в течение семестра: не пропускать лекций, аккуратно вести конспект лекций, учить теорию постепенно, по мере изучения темы и проведения устных и письменных опросов на текущих занятиях, вовремя выполнять все домашие задания и РГЗ.

Вопросы к зачету или экзамену содержатся в ФОС( режим доступа <https://osu.ru/iss/lks/>). Не поленитесь, воспользуйтесь вопросами для письменных и устных опросов, которые есть в ФОС. Это поможет обратить внимание на некоторые стороны вопроса, которые вы, может быть, посчитали не столь важными.